

Università di Ferrara — Dipartimento di Fisica

Dispense per le esercitazioni dei corsi
**Elettricità e Magnetismo e
Onde Elettromagnetiche e Ottica**

ultima revisione: 12 gennaio 2007

Dr. Giulio Stancari	t: 0532.97.43.30
Istituto Nazionale di Fisica Nucleare	f: 0532.97.43.43
Edificio C / Stanza 227	stancari@fe.infn.it
Via Saragat 1	www.fe.infn.it/~stancari/em
44100 Ferrara FE	

Obiettivi generali

Tramite le esercitazioni vogliamo raggiungere i seguenti obiettivi generali. Di conseguenza, essi rappresentano anche i criteri con cui vengono valutate le prove scritte.

- **COMPRESIONE:** conoscere le principali leggi dell'elettromagnetismo;
- **CALCOLO:** fare i conti in modo efficiente e corretto;
- **CHIAREZZA:** esporre con chiarezza un ragionamento scientifico.

Prove scritte

Durante il corso delle lezioni vengono proposte due prove scritte parziali. Esse vengono valutate, secondo i criteri delineati negli obiettivi generali, coi seguenti giudizi: insufficiente, scarso, sufficiente, buono, molto buono e ottimo. La prova si considera superata se si ottiene un giudizio pari o superiore a 'scarso'.

La prova finale è strutturata in due parti valutate separatamente. Lo studente è invitato a svolgerla nella sua interezza, ma di ciascuna metà si considera il voto migliore tra parziale e finale. Quindi chi ha un solo parziale insufficiente può utilizzare il finale come recupero; chi ha superato entrambi i parziali, può sostenere il finale per migliorare il proprio voto.

Vi sono tre opportunità per superare lo scritto: (a) le prove parziali durante il corso; (b) la prova finale a fine corso; (c) la prova di recupero a settembre. Cercate di sfruttare al meglio queste occasioni. Non ci saranno appelli straordinari. Gli esami superati vengono considerati validi sino all'inizio del corso che si tiene l'anno accademico successivo.

Per lo scritto, i 4/30 del voto sono assegnati automaticamente se lo studente presenta, una settimana prima di ciascuna prova, 5 problemi svolti liberamente scelti (minimo 2 facciate A4, massimo 10 facciate in tutto). Se i problemi non vengono presentati, o vengono presentati in ritardo, non sarà possibile aggiudicarsi allo scritto un voto superiore a 26/30 (corrispondente a 'molto buono').

Alle prove scritte, oltre a penne, matite e calcolatrice, lo studente può portare un 'foglio degli appunti', a patto che si seguano queste regole, pena l'annullamento della prova:

- Gli appunti devono essere scritti su una sola facciata di un foglio formato A4.
- Il foglio degli appunti può contenere qualsiasi informazione: formule, costanti fisiche, note, ecc.

- Gli appunti possono venire preparati in gruppo, ma devono essere scritti di pugno dallo studente. Niente fotocopie, note dattiloscritte o appunti scritti da altri.
- Normalmente, il docente chiederà la consegna del foglio degli appunti assieme al compito. Se lo desidera, lo studente potrà chiedere la restituzione del foglio dopo la correzione.

Durante gli esami, per favorirne lo svolgimento e la correzione, osservare le seguenti regole:

- Scrivere su tutti i fogli nome, cognome, corso di laurea e data.
- Utilizzare soltanto i fogli distribuiti dal docente, anche per la brutta copia.
- Consegnare tutti i fogli ricevuti e il foglio degli appunti. Il testo del compito non va consegnato.
- Annullare con una riga diagonale le parti da non correggere (brutta copia già ricopiata, schizzi, prove di calcolo, ecc.)
- Cancellare gli errori con una semplice riga e non col bianchetto.

Ciascuna infrazione di queste regole riduce il punteggio di 1/30.

Gli studenti disabili possono usufruire di modalità di esame individualizzate e di speciali sussidi, secondo la Legge 28 gennaio 1999, n. 17. Ulteriori informazioni possono essere reperite presso la sig.ra Tiziana Cavallini del Supporto Studenti Disabili dell'Università (0532-293253, cvltzn@unife.it).

Consigli per la risoluzione dei problemi

Gli obiettivi generali (comprensione, calcolo, chiarezza) possono essere raggiunti tramite la risoluzione ragionata dei problemi. Ecco alcuni consigli per rendere più efficace il lavoro.

Prima di cominciare a scrivere la soluzione, delineare a parole il procedimento logico da seguire. Ciò può essere fatto oralmente per gli esercizi più semplici, oppure per iscritto per quelli più complessi. Questo processo aiuta a chiarire le idee e a identificare le difficoltà.

Se si incontrano ostacoli nella risoluzione, cercare di identificarli con precisione e di affrontarli uno alla volta. Secondo la mia esperienza, le difficoltà più comuni nascono dall'incomprensione di termini specifici (flusso di un campo, induttanza, onda piana, ...) o dalla mancata conoscenza dei fenomeni o dei dispositivi reali (di che ordine di grandezza è la resistenza di un filo di rame? dove mi posso procurare un polarizzatore? come si presenta una figura di diffrazione? ecc.). Spesso il problema è individuare qual è la difficoltà; una volta fatto questo sforzo, è relativamente facile reperire le informazioni o trovare qualcuno che ci possa aiutare.

Si arricchisca la soluzione algebrica o numerica con brevi discussioni sul procedimento, sulle ipotesi fatte o su possibili casi particolari; in altre parole, **non scrivete mai una formula senza prima averla spiegata**. Queste parti discorsive hanno un triplice scopo: (a) chiarire a chi risolve il problema i ragionamenti fatti esponendoli al proprio giudizio critico; (b) rendere comprensibile la soluzione al risolutore stesso a distanza di tempo; (c) rendere leggibile la soluzione a terze persone. Per questo si debbono sempre tener presente le seguenti domande: Questo passaggio logico è corretto? Questa soluzione mi risulterà comprensibile tra una settimana, un mese o un anno? Questa soluzione risulta comprensibile e convincente, alla prima lettura, per qualcuno che conosca la materia ma non abbia mai affrontato questo problema? Ovviamente risolvere i problemi in questo modo richiede più tempo. Non è necessario

farli tutti così. Consiglio di risolvere in questo modo *almeno* un problema al giorno durante la preparazione dell'esame, più ovviamente l'esame stesso!

A volte le figure sono insostituibili per farsi un'idea di un sistema fisico o per presentare un concetto. Utilizzare abbondantemente schizzi dei dispositivi in esame, grafici (anche qualitativi) di funzioni, ecc. Più sono chiari meglio è, sia per chi scrive che per chi legge.

Nota sulle cifre significative

Nelle scienze sperimentali si ha a che fare sia con numeri puri (2 , e , $\sqrt{4\pi}$, ...) sia con grandezze fisiche misurabili (lunghezze, masse, campi elettrici, correnti, induttanze, ...), le quali sono *sempre* accompagnate, esplicitamente o implicitamente, da un'incertezza o errore di misura.

Il valore di una grandezza fisica e la sua incertezza possono essere indicati in diversi modi. Prendiamo il caso di una lunghezza L . La scrittura più completa è $L = (57.64 \pm 0.28)$ m, dove 57.64 m è il valore della lunghezza e 0.28 m il suo errore. Un modo più compatto di esprimere la stessa misura è il seguente: $L = 57.64(28)$ m. Nel nostro caso, le cifre 5 e 7 sono le *cifre certe*, il 6 è la *prima cifra incerta*, mentre il 4 è la *seconda cifra incerta*.

Il *numero di cifre significative* è semplicemente il numero di cifre che si incontrano procedendo da sinistra verso destra, contando tutte le cifre certe e includendo la prima cifra incerta, escludendo eventuali zeri a sinistra; detto in altro modo, è il numero di cifre certe più uno. Nel nostro caso, la misura ha 3 cifre significative.

Spesso si utilizza un modo estremamente compatto di esprimere una grandezza fisica, che però dà pochissime informazioni sull'incertezza; si scrivono cioè soltanto le cifre significative: $L = 57.6$ m. Ciò non significa che la grandezza fisica si sia trasformata in un numero reale; questa scrittura esprime implicitamente che l'incertezza è compresa tra 0.1 e 0.9 (nel nostro caso, infatti, essa vale 0.28). I dati dei problemi vengono quasi sempre espressi in questo formato.

Quando si devono ricavare dei risultati, non sempre è richiesto portare a termine un'analisi delle incertezze; anzi, a volte questo può non essere possibile. Si devono allora esprimere i risultati numerici con un numero di cifre significative compatibile con quello dei dati di partenza. Chi conosce l'analisi degli errori sa che, in primissima approssimazione, se i dati hanno 3 cifre significative, anche i risultati ne hanno 3; se alcuni dati ne hanno 2 e altri 3, il risultato va dato con 2 cifre significative soltanto. Senza entrare nei dettagli, possiamo dire a grandi linee che è il dato con meno cifre significative che determina il numero di cifre significative del risultato. Non ha senso esprimere un risultato con 37 cifre se quelle significative sono solo 3. Se non si indicano esplicitamente gli errori, come avviene nella maggioranza dei casi quando si risolve un problema, tutte le cifre indicate vengono interpretate come significative.

Una scrittura particolarmente ambigua risulta quando un numero ha molti zeri a destra; ad esempio, $c = 300000$ km/s. In questo caso si tratta probabilmente di un arrotondamento, per cui il numero di cifre significative non è determinabile con certezza. Noi cercheremo di evitare tale scrittura, ricorrendo ad unità più opportune o utilizzando la notazione esponenziale. Ad esempio, se le cifre significative devono essere 3, scriveremo $c = 3.00 \times 10^8$ m/s.

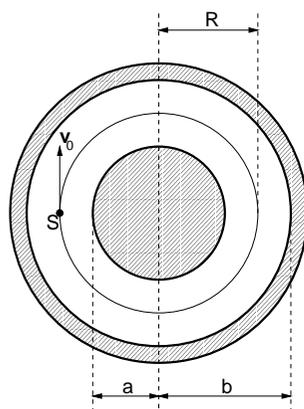
Nei calcoli bisogna anche tener presente che, considerando soltanto le cifre significative, si possono introdurre errori di arrotondamento. Quindi:

- i risultati intermedi vanno scritti in brutta copia o salvati nella calcolatrice con tutte le cifre decimali disponibili, non solo quelle significative;
- i risultati finali devono invece riportare soltanto le cifre significative.

Un esempio commentato

Ecco un esempio di problema risolto secondo i criteri suggeriti. Notare il carattere discorsivo della soluzione; essa non è semplicemente un elenco di numeri e formule,

ma rappresenta l'esposizione di un ragionamento scientifico. Molto utili sono anche figure e grafici.



Problema. (Dalla prova scritta del 16 luglio 2001.) Un condensatore cilindrico di altezza h ha raggio interno $a = 30$ cm e raggio esterno $b = 36$ cm. La carica presente sulle sue armature può essere regolata a piacere variando la differenza di potenziale tra di esse; si assuma che l'armatura esterna sia carica positivamente. Fra le armature, ad una distanza $R = 33$ cm dall'asse del sistema, si trova una sorgente S di ioni di massa m e carica $+e$. Gli ioni vengono emessi con energia cinetica $T = 10$ keV e la loro velocità iniziale \mathbf{v}_0 ha soltanto componente tangenziale (vedi figura).

(a) Calcolare il campo elettrico all'interno del condensatore e la differenza di potenziale tra le sue armature in termini di a , b , λ e r (distanza dall'asse del sistema).

(b) Determinare la differenza di potenziale che bisogna stabilire tra le armature affinché gli ioni rimangano su una traiettoria circolare di raggio R .

Si assumano trascurabili gli effetti di bordo.

Procedimento. Il campo elettrico può essere determinato in tutto lo spazio dalla legge di Gauss. Una volta noto il campo, si può ricavare la differenza di potenziale tra due punti qualsiasi per integrazione del campo elettrico su un cammino opportuno. Gli ioni descrivono traiettorie circolari se la forza elettrica centripeta agente su ciascuno ione bilancia esattamente la forza centrifuga.

Soluzione. Per la simmetria cilindrica del problema, il campo elettrico ha soltanto componente radiale. In coordinate cilindriche,

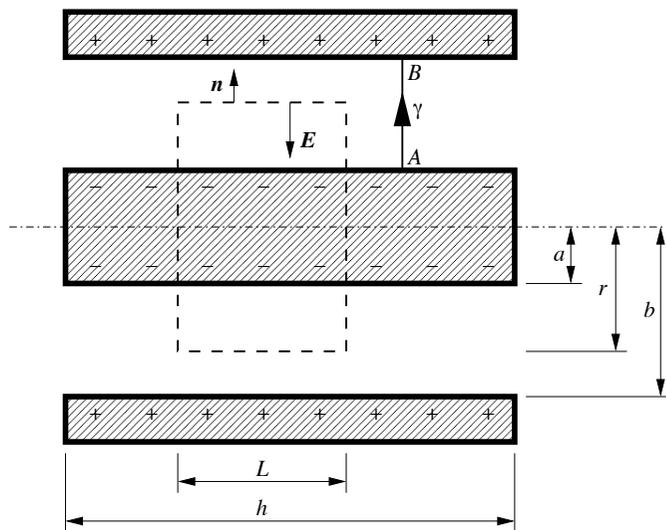
$$\mathbf{E} = \{E_r(r, \phi, z), E_\phi = 0, E_z = 0\}.$$

Sempre per la simmetria cilindrica, la componente radiale non può dipendere né da ϕ (rotazioni attorno all'asse del sistema), né da z (traslazioni rispetto allo stesso asse), ma soltanto da r : $E_r = E_r(r)$.

Siano Q e $-Q$ le cariche distribuite uniformemente sulle armature; avendo le armature superfici diverse ma uguali altezze, le densità lineari sono uguali in modulo, mentre le densità superficiali non lo sono. Infatti, dette σ_a e σ_b le densità superficiali e λ_a e λ_b le cariche per unità di lunghezza (densità lineari), abbiamo che valgono le relazioni $Q = (2\pi b) \cdot h \cdot \sigma_b = h \cdot \lambda_b$ e $-Q = (2\pi a) \cdot h \cdot \sigma_a = h \cdot \lambda_a$, da cui $\lambda_a = -\lambda_b$. Per comodità, scegliamo quindi di utilizzare le densità lineari e poniamo $\lambda \equiv \lambda_b = -\lambda_a$.

Applicando la legge di Gauss ad una superficie cilindrica di lunghezza L e raggio r , come indicato in figura, otteniamo, per $a < r < b$,

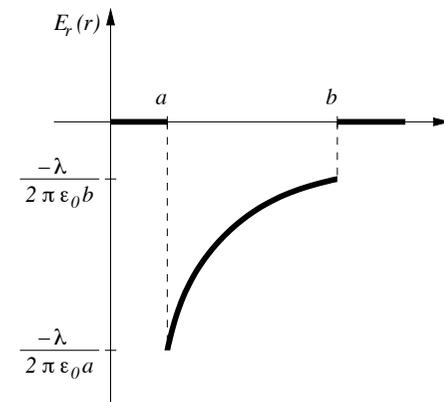
$$E_r(r) \cdot (2\pi rL) = -\frac{\lambda L}{\epsilon_0},$$



da cui la componente radiale del campo elettrico risulta

$$E_r(r) = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}.$$

Analogamente, si deduce che il campo è nullo per $r < a$ e per $r > b$. Il grafico della componente radiale del campo è riportato in figura.



La differenza di potenziale tra le armature si può calcolare integrando il campo elettrico su un cammino radiale γ che parta da un punto A dell'armatura interna e termini nel corrispondente punto B dell'armatura esterna (vedi figura precedente):

$$V_B - V_A = -\int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \int_a^b \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} dr = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{b}{a}\right).$$

Osserviamo che, moltiplicando e dividendo per r , questo risultato può anche essere

riscritto nel modo seguente:

$$V_B - V_A = -E_r(r) \cdot r \cdot \ln\left(\frac{b}{a}\right). \quad (1)$$

Affinché gli ioni descrivano una traiettoria circolare è necessario che la forza elettrica $e\mathbf{E}$ bilanci la forza centrifuga $(mv^2/R)\hat{\mathbf{r}}$. (L'energia cinetica di 10 keV è piccola rispetto alla massa di qualsiasi ione, per cui gli effetti relativistici sono trascurabili.) Il campo elettrico deve quindi puntare verso l'interno e, di conseguenza, λ deve essere positiva. Eguagliando i moduli delle due forze si ottiene

$$eE(R) = \frac{mv^2}{R}.$$

Nel nostro caso il campo elettrico deve valere

$$\begin{aligned} E(R) &= \left(\frac{mv^2}{2}\right) \frac{2}{eR} \\ &= \frac{(10 \text{ keV}) \cdot (1.60 \times 10^{-19} \text{ eV/J}) \cdot (2)}{(1.60 \times 10^{-19} \text{ C}) \cdot (33 \text{ cm})} = 61 \text{ kV/m}. \end{aligned}$$

Sfruttando la relazione (1) ricaviamo la differenza di potenziale che è necessario stabilire tra le due armature per mantenere gli ioni su traiettorie circolari di raggio R :

$$\begin{aligned} V_B - V_A &= -E_r(R) \cdot R \cdot \ln\left(\frac{b}{a}\right) \\ &= -(-61 \text{ kV/m}) \cdot (33 \text{ cm}) \cdot \ln\left(\frac{36 \text{ cm}}{30 \text{ cm}}\right) = 3.6 \text{ kV}. \end{aligned}$$

Testi consigliati

- [1] E. M. Purcell, *Electricity and Magnetism* (McGraw-Hill, 1984). Uno dei testi migliori. Matematica spiegata con chiarezza e osservazioni fisiche tra le più lucide. Questa seconda edizione comprende il sistema di unità SI, mentre la prima, disponibile anche in italiano, è in CGS soltanto. Vi sono numerosi problemi (molti senza soluzione).
- [2] D. Halliday, R. Resnick e J. Walker, *Fondamenti di Fisica* (Quinta Ed., Casa Editrice Ambrosiana, 2001). Traduzione di un testo classico statunitense. Concetti fondamentali spiegati in modo molto lineare. Il testo è affiancato da semplici esempi. Domande di riepilogo e approfondimento al termine di ogni capitolo. Grande varietà di esercizi e problemi, di cui la metà con risultato numerico.
- [3] M. Nigro e C. Voci, *Problemi di Fisica Generale: Elettromagnetismo, Ottica* (Libreria Cortina, 1997). Numerosi esercizi svolti di vario livello. All'inizio di ogni capitolo vi è un prezioso riepilogo delle nozioni teoriche necessarie ad affrontare il materiale che segue.
- [4] L. Lovitch e S. Rosati, *Fisica Generale: Elettrocità, Magnetismo, Ottica* (Casa Editrice Ambrosiana, 1996). Spiegazioni approfondite su tutto il materiale del corso, sia dal punto di vista teorico che sperimentale.
- [5] A. Einstein e L. Infeld, *L'evoluzione della fisica* (Bollati Boringhieri, 1965). Approfondimenti sui principi fondamentali della fisica, dalla meccanica ai quanti, in forma divulgativa.
- [6] E. Segré, *Personaggi e scoperte nella fisica classica* (Mondadori, 1976). Interessante viaggio nella vita degli scienziati e nella storia dei principali esperimenti.