

Prova Scritta Finale di Elettrocità e Magnetismo

4 settembre 2003

Risolvere i seguenti problemi.

1. Due conduttori cilindrici coassiali hanno spessore trascurabile e raggi  $a = 15$  mm e  $b = 24$  mm, rispettivamente. Il sistema ha capacità  $C = 65$  pF. I due conduttori sono inizialmente mantenuti ad una differenza di potenziale  $V = 2250$  V.

(a) Calcolare la carica  $Q_0$  presente sull'armatura positiva, il campo elettrico  $\mathbf{E}$  in tutto lo spazio e l'energia elettrostatica  $U_0$  del sistema. Si trascurino gli effetti di bordo.

All'istante  $t = 0$ , i due conduttori vengono scollegati dal generatore di tensione e connessi tramite una resistenza  $R = 12$  M $\Omega$ .

(b) Determinare l'andamento  $Q(t)$  della carica sull'armatura positiva in funzione del tempo. Dopo quanto tempo la carica si sarà ridotta all'1% del suo valore iniziale?

(c) Calcolare l'aumento di energia interna  $W$  del resistore per effetto Joule tra l'istante  $t = 0$  e la scarica completa del condensatore. Confrontarlo con l'energia elettrostatica iniziale  $U_0$  e commentare.

2. Un fascio di particelle cariche identiche ha la forma di un cilindro di raggio  $R$  e lunghezza indefinita. Ciascuna particella ha carica  $q$ . Esse si muovono tutte con uguale velocità  $\mathbf{v}$  parallelamente all'asse del cilindro. All'interno del fascio, la densità  $n$  di particelle è uniforme e costante.

(a) Determinare il campo elettrico  $\mathbf{E}$  e il campo magnetico  $\mathbf{B}$  in tutto lo spazio, sfruttando tramite le leggi di Gauss e di Ampère la simmetria cilindrica del sistema.

(b) Calcolare direzione e modulo della forza elettromagnetica agente su ciascuna particella.

(c) Trovare un'espressione per la densità di energia elettromagnetica in tutto lo spazio.

Per i punti (b) e (c), esprimere i risultati finali utilizzando la relazione  $\mu_0 = 1/(\epsilon_0 c^2)$  e la definizione del fattore di Lorentz  $\gamma: 1/\gamma^2 \equiv 1 - v^2/c^2$ .