CERN 89-07
7 July 1989

Rév.15 / 28.02.2006

ORGANISATION EUROPÉENNE POUR LA RECHERCHE NUCLÉAIRE
CERN EUROPEAN ORGANIZATION FOR NUCLEAR RESEARCH

INTRODUCTION
AUX
ACCÉLÉRATEURS DE PARTICULES

Pierre Germain
ULB, Bruxelles, Belgique

(Édité par D. Dekkers et D. Manglunki)

GENÈVE
1989

Résumé

Ce cours est une introduction aux accélérateurs de particules. Il s'efforce avant tout de donner une vue d'ensemble des divers types en service actuellement, plus particulièrement de ceux utilisés par les physiciens pour la connaissance de la matière. Une autre priorité a été de s'étendre sur les principes de fonctionnement, les avantages et les désavantages de chaque classe d'accélérateurs.

Nous avons limité l'exposé théorique au seul cas des accélérateurs circulaires en négligeant toutefois l'effet des charges d'espace et l'influence des parois de la chambre à vide. Notons que la quasi-majorité des accélérateurs de haute énergie en service actuellement sont des accélérateurs circulaires.

Pierre Germain
1986

Edition 1989

Pierre Germain nous a quittés en août 1988. Seuls quelques-uns de ses proches savaient qu'il donnait depuis de nombreuses années un cours d'introduction aux accélérateurs de particules aux étudiants de l'Université Libre de Bruxelles.

Pendant sa retraite, il l'avait transcrit sur ordinateur, mais il hésitait à le distribuer largement car son souci de la perfection le retenait. Il m'avait néanmoins permis d'en remettre des copies aux étudiants - à qui je donnais les travaux pratiques liés à son enseignement - et à quelques amis. Plusieurs d'entre eux m'ont poussé à en faire une plus large distribution, car peu d'ouvrages d'introduction aux accélérateurs de ce niveau existent en français.

En accord avec Madame P. Germain, et R. Billinge, ceci est maintenant fait.

Toutefois, pour continuer à honorer la mémoire de Pierre Germain, il importe que ce rapport soit maintenu à jour. *Je prie donc tous les lecteurs de m'envoyer leurs remarques et corrections éventuelles:* une nouvelle édition paraîtra régulièrement, car ce texte reste la base d'un cours que je donne dorénavant.

Enfin, je tiens à remercier R. Cailliau qui m'a grandement aidé pour la présente édition, améliorant la présentation typographique avec les outils modernes de l'éditique.

Daniel Dekkers

Edition 2006

L'édition 2006 comprend des corrections typographiques et des mises à jour sur l'état actuel de la technologie, conformément au souhait de Daniel Dekkers dont j'ai repris la charge.

Django Manglunki

Table des matières

CHAPITRE I

INTRODUCTION

1. Raison d'être des accélérateurs I-1
2. Caractéristiques I-1
   - Energie et impulsion I-1
   - Intensité I-3
   - Facteur d'utilisation I-3
3. Un accélérateur-type I-3
4. Classification et Evolution I-4
   - Accélérateur à tension continue I-4
   - Cyclotron classique I-5
   - Bêtatron I-5
   - Accélérateur linéaire I-6
   - Synchrocyclotron et cyclotron isochrone I-6
   - Synchrotron I-7
   - Collisionneur I-8

CHAPITRE II

ACCELERATEURS A TENSION CONTINUE

1. Introduction II-1
2. Colonne d'accélération II-1
3. Problèmes d'isolement II-2
4. Source de particules II-4
5. Relation intensité/énergie II-6
6. Mesure et régulation de l'énergie II-8
7. Accélérateur Cockroft-Walton II-9
8. Accélérateur Van de Graaff II-10
9. Tandem Van de Graaff II-12

CHAPITRE III

ACCELERATEURS LINEAIRES

1. Introduction III-1
2. Accélérateurs linéaires à ions III-2
   - Introduction III-2
   - Formules de base III-2
   - Premières conséquences III-3
   - Structures III-4
   - Exemples d'accélérateurs linéaires à protons III-6
   - Exemple d'accélérateur linéaires à ions III-7
3. Accélérateurs linéaires à électrons III-8
   - Principe III-8
   - Avantages et Désavantages III-9
   - Exemple d'accélérateur linéaire à électrons III-9

4. Stabilité du faisceau dans un accélérateur linéaire III-10
Particule de référence et particule réelle III-10
Accélérateur d'ions III-10
Accélérateur d'électrons III-12
5. Cavités résonnantes supraconductrices III-12

CHAPITRE IV

THEORIE DES ACCELERATEURS CIRCULAIRES

1. Introduction IV-1
2. Particule de référence IV-2
Introduction IV-2
Relation $p = qB\rho$ IV-2
Energie IV-3
Gain d'énergie par tour IV-4
Fréquence de révolution IV-5
Résumé IV-6
3. Particule réelle et hypothèses (oscillations transversales) IV-6
4. Equations des oscillations bétatroniques IV-8
Cas d'un quadrupôle IV-12
5. Equations de Hill et solutions de Floquet IV-13
Cas d'un champ indépendant de s IV-14
6. Matrice de transfert IV-15
Matrice pour une période IV-16
7. Stabilité transversale IV-18
8. Plan de phase transversal. Emittance et Acceptance IV-19
Invariant IV-19
Emittance IV-19
Enveloppe des trajectoires IV-20
9. Influence de la dispersion d'énergie IV-21
10. Equations des oscillations synchrotroniques IV-22
11. Condition de stabilité dans le cas des petits mouvements IV-25
12. Plan de phase longitudinal et séparatrice IV-26
Géneralités IV-26
Invariant IV-26
Séparatrice IV-27
Fréquence synchrotronique IV-28
Acceptance IV-30
Emittance et filamentation IV-30
Taux de capture et gain d'énergie. IV-30

CHAPITRE V

CYCLOTRONS

1. Particule de référence V-1
Introduction V-1
Cyclotron classique V-1
Synchrocyclotron V-2
Cyclotron isochrone V-2
Energie V-2
2. Synchrocyclotron V-3
Principe V-3
Stabilité des oscillations V-4

Réalisation V-4
Performances V-6
Caractéristiques V-6
3. Cyclotron isochrone à protons V-7
Principe V-7
Stabilité transversale et longitudinale V-7
Réalisation V-8
Une comparaison V-9
4. Cyclotron isochrone à ions V-9
Exemple de réalisation V-9
Intérêt d'un champ supraconducteur V-10

CHAPITRE VI

SYNCHROTRONS

1. Particule de référence VI-1
Energie VI-1
Gain d'énergie par tour VI-2
Ions VI-2
Electrons VI-3
Fréquence d'accélération VI-4
2. Maille de machine VI-5
Sections élémentaires VI-5
Section droite O VI-5
Section dipolaire B VI-5
Section quadrupolaire Q VI-5
Section focalisante F VI-6
Section focalisante D VI-6
Matrice de transfert de la maille VI-6
3. Dimensions de la chambre à vide VI-7
4. Synchrotron à focalisation faible VI-8
5. Synchrotron à focalisation forte VI-8
Principe VI-8
Maille FD VI-9
Stabilité longitudinale VI-11
Défauts magnétiques VI-12
Exemples de synchrotrons à focalisation forte VI-13
6. Synchrotrons pour des applications particulières VI-14

CHAPITRE VII

COLLISIONNEURS

1. Généralités VII-1
Energie dans le centre de masse VII-1
Luminosité VII-2
Accumulation et accélération VII-3
Refroidissement des faisceaux VII-4
Chambre à vide VII-5
Zones expérimentales VII-5
2. Collisionneurs $p\bar{p}$ VII-6
Collisionneur de 630 GeV du CERN VII-6
Tevatron de 2x1TeV du Fermi Lab VII-7
3. Collisonneurs circulaires e+e- VII-8
Introduction VII-8

Collisionneur PETRA de 2 x 23 GeV du Laboratoire DESY VII-8
Collisionneur LEP de 2x100 GeV du CERN VII-9
Autres collisionneurs VII-10

4. Collisionneurs linéaires e+e- VII-11

5. Avenir des collisionneurs VII-11
Généralités VII-11
Aimants supraconducteurs VII-12
HERA (Hadron-Electron Ring Accelerator) VII-13
RHIC (Relativistic Heavy Ion Collider) VII-12
Projet SSC (Superconducting Super Collider) VII-13
Projet LHC (Large Hadron Collider) VII-13
Projet CLIC (Compact LInear Collider) VII-14

CHAPITRE I

INTRODUCTION

1. Raison d'être des accélérateurs

La connaissance de la matière est un important aspect de la recherche fondamentale. Elle recouvre les propriétés de l'atome, du noyau et des nucléons, la découverte et les caractéristiques des particules élémentaires, la nature et les propriétés des forces en jeu. Un des buts de la physique de haute énergie est la mise au point d'une "grande" théorie unifiant les quatre forces primordiales, celles d'interaction forte, d'interaction faible, électromagnétique et de gravitation. Les accélérateurs de particules fournissent les projectiles indispensables aux expériences qui permettront de confirmer ou d'infirmer les théories existantes et d'en élaborer de nouvelles.

La ***physique nucléaire*** se contente, pour l'étude du noyau et de sa structure, de projectiles de quelques dizaines de MeV. La ***physique de haute énergie*****,** traitant l'ensemble des particules élémentaires, exige, en revanche, des énergies supérieures au GeV. Ces énergies sont nécessaires pour la découverte et la production en nombre suffisant de particules élémentaires de plus en plus lourdes et de courte durée de vie. C'est donc la physique de haute énergie qui justifie la construction d'accélérateurs d'énergie de plus en plus élevée.

La nature met à notre disposition des projectiles naturels, dont certains de très grande énergie. Pour la physique nucléaire, par exemple, des particules de 5 à 10 MeV, émises par certains corps radioactifs, ont permis à ***Rutherford***, en 1911, de réaliser la première transmutation artificielle. La physique de haute énergie, de son côté, utilise toujours les particules présentes dans le rayonnement cosmique. Avec une énergie pouvant aller jusqu'à $3x10^{20}$ eV , ces dernières ont un pouvoir de pénétration extraordinaire, si on les compare à l'énergie maximum de 10^{12} eV (1 TeV) des grands accélérateurs actuels. Les particules cosmiques présentent cependant des inconvénients majeurs pour des expériences systématiques: intensité très faible (parfois quelques événements intéressants par an), grande dispersion en énergie et direction, absence totale de flexibilité.

C'est pourquoi, dès 1930, débute la construction d'accélérateurs de particules en vue d'obtenir des faisceaux intenses et contrôlables de projectiles d'énergie connue. Les progrès depuis cette date ont été grands. Un des premiers accélérateurs, construit en 1932 par Cockroft et Walton, accélérait des particules sous 600 keV. Aujourd'hui, au Laboratoire Fermi près de Chicago et au CERN à Genève, des protons sont accélérés à une énergie comprise entre 450 et 1000 GeV.

2. Caractéristiques

Energie et impulsion

Pour l'utilisateur, ce sont des caractéristiques essentielles. L'énergie des projectiles peut être exprimée par son énergie totale W ou par son énergie cinétique K. Les relations

$$W = mc^2 \qquad\qquad K = W - W_r$$

sont bien connues, où $W_r = Mc^2$ est l'énergie au repos, M et m respectivement les masses au repos et en mouvement de la particule. Ces masses sont liées entre elles par les relations

$$m = \frac{M}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad\qquad m = M\gamma$$

où $\beta = \frac{v}{c}$ et $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$

Pour l'utilisateur, l'énergie dans le centre de masse projectile-cible est également un paramètre important puisqu'il détermine l'énergie disponible pour la création d'une paire particule-antiparticule. Nous en verrons l'expression dans le chapitre consacré aux collisionneurs.

Les relations précédentes conduisent aux formules liant la vitesse de la particule à son énergie

$$\beta(W) = \sqrt{1-\left(\frac{W_r}{W}\right)^2}$$

$$\beta(K) = \sqrt{1-\frac{1}{\left(1+\frac{K}{W_r}\right)^2}}$$

Un calcul numérique indique qu'à 1% près la vitesse de la particule devient égale à la vitesse de la lumière dès que son énergie cinétique dépasse 5 fois son énergie au repos.

L'énergie de la particule est souvent exprimée par la valeur de son impulsion $p=mv$. On établit facilement la formule

$$(pc)^2 = W^2 - W_r^2 = K(K + 2W_r)$$

Dans les accélérateurs de haute énergie, les particules ont une énergie largement supérieure à leur énergie au repos et l'on aura

$$W = mc^2 \approx K \approx pc$$

Les énergies sont exprimées en électron-volts (eV) ou, le plus souvent, en ses multiples MeV, GeV, TeV. Les impulsions sont exprimées en $\frac{MeV}{c}$, $\frac{GeV}{c}$ et les masses en $\frac{MeV}{c^2}$, $\frac{GeV}{c^2}$.

Pour mémoire:

1 MeV = 1,6 10^{-13} joules

une charge unitaire = 1,6 10^{-19} coulombs

énergie au repos de l'électron ≈ 0,5 MeV

énergie au repos du proton ≈ 1 GeV

Nous utiliserons le système d'unités MKSA: mètre, kilogramme(-masse), seconde, ampère.

Intensité

Une deuxième caractéristique importante d'un accélérateur est le flux ou le courant de particules fournies. Le plus souvent, celles-ci apparaissent sous forme de "giclées" à la fin d'un cycle d'accélération. Dans ce cas, on distinguera:

- le ***flux instantané***, c'est-à-dire le nombre de particules présentes dans chaque giclée, exprimé en ppi ou *ppp* (particules par impulsion, *particles per pulse*);

- le ***courant moyen***, c'est-à-dire la charge accélérée par unité de temps, exprimé le plus souvent en μA ou mA, parfois en pps (particules par seconde).

Pour fixer les ordres de grandeur, signalons qu'on accélère couramment, dans les synchrotrons actuels de 400 GeV et plus, des giclées de 10^{13} protons toutes les 10 s, soit un courant moyen de 0,2 μA. L'intensité modeste de ce courant pulsé est à comparer au courant continu de l'ordre de 1 mA dans les cyclotrons isochrones de 600 MeV.

Facteur d'utilisation

Dans le cas d'un accélérateur pulsé, d'autres caractéristiques intéressent l'utilisateur telles, par exemple, la fréquence de répétition des cycles d'accélération et le facteur d'utilisation. Le facteur ou taux d'utilisation est défini comme la fraction du temps pendant laquelle on dispose des particules accélérées. Par définition, il sera donc de 10% si la longueur de la giclée est de 1 s et la durée du cycle d'accélération de 10 s. Ce facteur est donc lié à la densité de la distribution dans le temps des particules accélérées. Il peut atteindre 10 à 20% pour les grands accélérateurs de protons, mais il peut être très faible, de l'ordre de 0,1% pour un accélérateur d'électrons. L'importance du facteur d'utilisation vient de ce qu'un détecteur électronique exige un temps minimum de séparation entre deux particules pour les distinguer (temps de résolution). Pour un flux de particules donné et pour ce type de détecteur, un grand facteur d'utilisation est donc souhaitable car il améliore la séparation temporelle des événements à détecter.

3. Un accélérateur-type

On retrouve dans chaque accélérateur, sous une forme ou une autre, les éléments suivants:

a) la ***source*** des ions ou des électrons à accélérer

b) la ***chambre à vide*** dans laquelle les particules circulent jusqu'à leur utilisation; le vide est nécessaire pour éviter les collisions avec les atomes présents et la pression résiduelle dépend du temps de présence de la particule, un bon ordre de grandeur étant de 10^{-6} Torr par seconde de temps

de présence, donc de l'ordre de 10^{-11} Torr par jour de présence dans le cas d'un collisionneur;

c) le ***dispositif de guidage et de focalisation***, utilisant le plus souvent des champs magnétiques, pour garder les particules dans le voisinage de la trajectoire de référence;

d) le ***système d'accélération*** à l'aide d'un champ électrique pour augmenter l'énergie des particules et compenser éventuellement les pertes d'énergie par rayonnement électromagnétique;

e) les ***dispositifs de mesure et de correction*** pour renseigner sur l'intensité, la position et les dimensions du faisceau en cours d'accélération et, s'il y a lieu, à partir de ces informations, corriger automatiquement position, dimensions et dispersion en énergie du faisceau;

f) les ***cibles internes et les systèmes d'extraction*** pour la production de faisceaux secondaires pour les expériences; dans un grand accélérateur (sauf un collisionneur) l'extraction est de règle afin d'éviter l'irradiation de la machine par les particules perdues; dans un collisionneur c'est un autre faisceau, circulant en sens inverse, qui sert de cible interne.

La construction et l'exploitation d'un grand accélérateur demandent des ressources importantes. Il est toujours l'instrument d'un laboratoire largement ouvert à la communauté internationale des physiciens. A titre d'exemple, le collisionneur LEP du CERN, arrêté fin 2000, a eu un temps de construction de 8 ans, utilisé un effectif de plusieurs centaines de personnes et coûté plus d'un milliard de francs suisses. Le CERN regroupe 20 états-membres et dessert une communauté d'environ 6400 physiciens dont moins de 5% travaillent en permanence au CERN. En décembre 2004, l'effectif du laboratoire s'élevait à 2614 personnes et son budget pour l'année 2004 était de 1325 millions de francs suisses.

4. Classification et Evolution

La plupart des moyens d'accélération furent suggérées dès les années trente. Les possibilités technologiques de l'époque ne permirent cependant l'exploitation immédiate que d'un petit nombre d'entre eux. L'évolution des accélérateurs suivit donc celle de la technologie. En outre, avec l'augmentation du coût, plusieurs universités, puis plusieurs pays se groupèrent pour la construction de grands accélérateurs.

Retraçons l'évolution chronologique. Elle nous servira à fixer la terminologie et à classer les accélérateurs en quelques grandes familles.

Accélérateur à tension continue

Appliquer une différence de potentiel élevée entre une source à ions et une cible constitue une approche logique du problème à résoudre. Les particules sont accélérées par la haute tension et bombardent la cible.

En 1932, ***Cockroft*** et ***Walton*** au Cavendish Laboratory de Cambridge, construisirent ainsi le premier accélérateur de 600 kV. Ce potentiel était obtenu à partir d'une tension alternative et d'un système de redresseurs à diodes. C'était un exploit à l'époque. A peu près au même moment, ***Van de Graaff*** aux Etats-Unis, utilisait une méthode différente pour produire la haute tension, transportant et accumulant des charges électriques sur une électrode métallique isolée du sol. Ces techniques caractérisent les deux types d'accélérateurs à tension continue.

Un grand nombre d'accélérateurs Van de Graaff est encore en service. Leur principal mérite est d'accélérer n'importe quel type de particules chargées, avec une faible dispersion d'énergie et de débiter un courant continu. La haute tension est, par contre, limitée par des phénomènes de décharge.

Cyclotron classique

Le principe consiste à accélérer des ions dans un plan perpendiculaire à un champ magnétique uniforme et indépendant du temps. La trajectoire résultante est une spirale dont le rayon augmente avec l'énergie. Nous montrerons que la fréquence de révolution est donnée par

$$f = \frac{qB}{2\pi m} \tag{1.1}$$

Dans le cas de particules non-relativistes, $m=M$ et la fréquence de révolution de la particule est indépendante du rayon de la trajectoire.

Cette particularité permet l'utilisation d'un champ électrique à fréquence constante pour accélérer la particule à chaque tour. Fréquence d'accélération et champ magnétique constants caractérisent le cyclotron classique.

En 1932, ***E.O. Lawrence*** et son élève ***M.S. Livingston*** construisirent à Berkeley, en Californie, un premier cyclotron à protons de 1,2 MeV. En 1940, par étapes successives, l'énergie des cyclotrons avait atteint 20 MeV, seuil au-delà duquel l'influence relativiste de la masse du proton commence à se manifester.

Le cyclotron, comme l'accélérateur à tension continue, produit un courant continu mais son énergie, nous venons de le voir, est limitée à quelques pour-cent de l'énergie au repos de particule accélérée. C'est la raison de l'abandon, après la guerre, du cyclotron classique. Nous nous contenterons donc de mentionner son importance historique.

Bêtatron

Le bêtatron est un accélérateur circulaire d'électrons. Ils y décrivent un cercle de rayon constant et leur énergie croît grâce à une force électromotrice sur l'orbite produite par un flux magnétique variable au travers de celle-ci. On peut donc imaginer le bêtatron comme un transformateur dont l'enroulement secondaire est constitué par le faisceau d'électrons. On peut montrer que la condition pour que l'électron décrive un cercle est finalement très simple: il suffit que le champ magnétique sur l'orbite soit égal à la moitié du champ magnétique moyen sur la surface du cercle.

En 1940, ***Kerst*** construisit aux Etats-Unis un premier modèle de 2,3 MeV et l'énergie atteignit rapidement la valeur de 300 MeV dans les machines qui suivirent. Le bêtatron fut le premier accélérateur délivrant des particules sous forme de giclée. Son utilité pour la physique fut cependant pratiquement nulle car l'extraction des électrons était difficile. Il fut et est encore parfois utilisé comme générateur de rayons X, les électrons bombardant, en fin d'accélération, une anticathode interne à la chambre à vide. L'importance du bêtatron fut grande, en revanche, sur le plan de la théorie des oscillations transversales autour de la particule de référence. Ces oscillations ont d'ailleurs gardé le nom d'oscillations bêtatroniques.

Accélérateur linéaire

L'énergie de l'accélérateur à tension continue était limitée par les phénomènes de décharge. L'accélérateur linéaire évite cet inconvénient. La particule de référence est soumise à un champ électrique haute-fréquence sur la trajectoire rectiligne qu'elle parcourt. On la protège de ce champ lorsqu'il est décélérateur.

Le principe de ce type d'accélérateur fut proposé par ***Widerö***, en Suisse, dès 1929 mais la première réalisation revient à ***S.H. Sloan*** et ***E.O. Lawrence*** en 1931. Elle servait à accélérer des ions de mercure de 1,26 MeV, à l'époque assez peu intéressants pour la physique à cause de leur masse élevée. Nous verrons que c'est la technologie limitée de l'époque, dans le domaine de la haute fréquence disponible, qui imposa le choix d'un ion lourd pour obtenir une énergie supérieure à 1 MeV.

La mise au point du ***radar***, en donnant accès à des fréquences plus élevées, modifia la situation après la guerre. En 1948, ***L. Alvarez***, à l'université de Stanford aux Etats-Unis, construisit un accélérateur linéaire à protons de 32 MeV, utilisant une fréquence de 200 MHz. Depuis lors, les fréquences disponibles n'ont fait qu'augmenter et le principe de l'accélérateur linéaire a été étendu à l'accélération d'électrons. C'est ainsi qu'en 1966, fut mis en service à Stanford en Californie, un accélérateur linéaire d'électrons de 23 GeV, utilisant des fréquences de l'ordre du GHz.

Le champ électrique haute-fréquence doit être pulsé, pour limiter la puissance moyenne dissipée. Le faisceau d'un accélérateur linéaire est donc pulsé et le facteur d'utilisation est souvent très faible. C'est un très bon accélérateur d'électrons, ceux-ci ne perdant pas d'énergie par rayonnement électromagnétique puisque la trajectoire est rectiligne. Son emploi pour accélérer des protons à énergie élevée a perdu beaucoup de son intérêt. Il en est presque de même pour des ions plus lourds.

Synchrocyclotron et cyclotron isochrone

La formule

$$f = \frac{qB}{2\pi m} \tag{1.1}$$

suggère deux possibilités pour assurer le synchronisme lorsque la masse, donc l'énergie, dépend du temps:

a) garder B constant et diminuer la fréquence d'accélération en cours d'accélération (c'est le *synchrocyclotron*) ;

b) garder f constant et augmenter B en fonction du rayon de l'orbite de la particule, donc lorsque l'énergie de la particule augmente (*cyclotron isochrone*).

Dans ces deux cas, il fallait montrer que la stabilité des oscillations longitudinales et transversales de la particule réelle autour de la particule de référence était possible. C'est pourquoi le premier synchrocyclotron ne date que de 1946 et le premier cyclotron isochrone ne vit le jour que dans les années 50, quoique son principe avait été proposé par ***Thomas*** dès 1938.

Le synchrocyclotron est un accélérateur pulsé, la fréquence d'accélération ne convenant qu'aux particules dans la machine ayant une énergie déterminée. En revanche, dans le cyclotron isochrone, la fréquence d'accélération est la même pour toutes les particules

quelle que soit leur énergie. Le courant est donc continu et l'intensité bien plus importante que dans le synchrocyclotron. C'est la raison du désintérêt actuel pour ce dernier.

Dans ces deux types de pseudo-cyclotrons, le champ magnétique doit être assuré depuis le centre de la machine jusqu'à l'orbite correspondant à l'énergie finale. Le prix de l'aimant devient prohibitif lorsque l'énergie dépasse 600 MeV (protons) et la limite en énergie est d'ordre économique. Les pseudo-cyclotrons se prêtent bien à l'accélération de protons et d'ions légers.

Synchrotron

Dans le pseudo-cyclotron, le champ magnétique indépendant du temps conduit à une trajectoire de référence en spirale, donc à un important volume pour le champ magnétique. Pour limiter ce volume il faut obliger la particule à se déplacer sur une orbite fermée. Les électroaimants seront répartis le long de cette orbite et le coût par unité d'énergie finale diminuera. Ce type d'accélérateur s'appelle un synchrotron.

Il est facile de voir qu'un synchrotron impose les conditions suivantes:

a) un champ magnétique croissant avec le temps pour maintenir la particule sur l'orbite fermée lorsque son énergie augmente;

b) une fréquence d'accélération croissant avec le temps lorsque la vitesse de la particule s'accroît en cours d'accélération;

c) une injection de particules à une certaine énergie, pour tenir compte du champ magnétique rémanent sur l'orbite à l'injection.

Les synchrotrons se partagent en deux classes - à focalisation faible ou forte - suivant la nature de la focalisation des particules réelles autour de l'orbite de référence. Dans les synchrotrons à focalisation faible, la stabilité transversale est assurée ***en tout point*** de l'orbite tant dans le plan vertical que dans le plan horizontal. Dans les synchrotrons à focalisation forte, l'orbite est une succession de secteurs focalisant dans un plan et défocalisant dans l'autre. La stabilité est cependant assurée globalement dans les deux plans (comme peut être globalement convergente une succession de lentilles convergentes et divergentes)

L'avantage de la focalisation forte, nous le verrons, est de grandement réduire l'amplitude des oscillations transversales des particules dans le faisceau, ainsi que l'excursion de l'orbite fermée due à la dispersion d'énergie des particules. La section de la chambre à vide est fortement réduite et le volume du champ magnétique, nécessaire au guidage et à la focalisation, également. La focalisation forte réduit donc le coût par GeV du synchrotron.

Le premier synchrotron à protons à focalisation faible fut le Cosmotron de 3 GeV, achevé en 1952 à Brookhaven aux Etats-Unis. L'énergie du deuxième - le Bevatron de 6 GeV de Berkeley en Californie - permit de découvrir l'antiproton dont l'existence était supposée. Le premier synchrotron à focalisation forte fut le synchrotron à protons de 26 GeV du CERN à Genève. Il consacra l'abandon de la focalisation faible. Actuellement, les synchrotrons à protons les plus puissants sont le Tevatron du Laboratoire FERMI à Batavia, près de Chicago (1000 GeV), l'anneau à protons du collisionneur HERA de DESY à Hambourg (920 GeV) et le SPS du CERN à Genève (450 GeV).

Collisionneur

Lorsque l'énergie d'une particule est grande vis-à-vis de son énergie au repos, on montrera que son énergie est indépendante de la masse de la particule et ne dépend que du rayon moyen de son orbite et du champ magnétique moyen sur celle-ci. On établira que, pour une charge unitaire

$$W \approx 300\ B\ R \qquad\qquad (W \approx K)$$

où B est le champ magnétique moyen sur l'orbite (en teslas) et R le rayon moyen de l'orbite (en km), les énergies s'exprimant en GeV. Un synchrotron à protons de 300 GeV avec un champ moyen de 1 Tesla, aura donc, nécessairement, un diamètre de 2 km. Pour un diamètre donné, l'utilisation d'un champ magnétique supraconducteur permettrait de gagner un ordre de grandeur sur l'énergie. La limite économique d'un synchrotron à protons se situera donc vers quelques TeV. Comment contourner cette difficulté ?

Remarquons, que dans les accélérateurs décrits jusqu'à présent, les cibles internes ou externes, utilisées par les expérimentateurs, sont fixes. L'énergie disponible dans le centre de masse du projectile et du noyau-cible (la seule qui intéresse finalement l'utilisateur) n'est donc qu'une fraction de l'énergie du projectile, l'autre partie, la plus importante, se retrouvant après la collision sous forme d'énergie cinétique. On réalise que le gain d'énergie dans le centre de masse serait grand si l'on amenait deux faisceaux denses de particules en collision frontale ou quasi-frontale. Pour des particules de même masse et de même énergie, on obtiendrait en effet, dans le centre de masse, une énergie égale à deux fois l'énergie de chaque faisceau.

Amener deux faisceaux de particules en collision, c'est le principe du collisionneur. Ce type d'accélérateur a pris depuis quelques années une importance considérable, car il est le seul permettant, actuellement, d'explorer la très haute énergie et cela malgré certaines contraintes que nous verrons. Du point de vue de l'énergie dans le centre de masse, le collisionneur $Sp\bar{p}S$ du CERN de 2 x 315 GeV correspondait par exemple, à un synchrotron à protons à cible fixe de 212 TeV.

Le premier collisionneur important fut les ISR (*Intersecting Storage Rings* ou anneaux de stockage à intersections), mis en service au CERN en 1971. Il amenait en collision quasi-frontale deux faisceaux de protons de 31 GeV chacun. Il a été fermé en 1984. Actuellement, le collisionneur est, le plus souvent, un synchrotron à focalisation forte où circulent, en sens opposés, des particules et leurs anti-particules. Un processus d'accumulation permet d'obtenir des faisceaux denses, condition indispensable pour un taux suffisant d'événements.

CHAPITRE II

ACCELERATEURS A TENSION CONTINUE

1. Introduction

L'accélérateur à tension continue est constitué par une colonne isolante. A une extrémité la source de particules, à l'autre la cible et entre les deux, une tension continue produisant le champ électrique accélérant les particules.

Il existe essentiellement deux types d'accélérateurs à tension continue, caractérisés par la manière de produire la haute tension :

a) le "Cockroft-Walton" lorsque la haute tension est obtenue à partir d'une tension alternative redressée;
(fut proposé en 1932 au Cavendish Laboratory à Cambridge - 600 kV .)

b) le "Van de Graaff" lorsqu'elle est obtenue par le transport et l'accumulation de charges électriques sur l'électrode contenant la source.
(fut proposé à peu près à la même époque; V légèrement supérieur .)

Les avantages des accélérateurs à tension continue découlent du principe utilisé:

a) le même instrument permet d'accélérer n'importe quelle particule chargée;

b) le courant de particules est continu quoiqu'on puisse le pulser pour obtenir des intensités instantanées plus importantes;

c) la dispersion d'énergie peut être faible, de l'ordre de 10^{-4} dans les Van de Graaff, d'où des faisceaux de particules quasi-monocinétiques;

d) il est facile d'ajuster l'énergie aux besoins de l'expérience.

Le principal désavantage des accélérateurs à tension continue est le claquage qui limite la tension à une vingtaine de MV dans le meilleur des cas.

Avant de décrire les deux types d'accélérateurs à tension continue, examinons quelques aspects communs: la colonne d'accélération, les problèmes d'isolement, la source de particules, la relation intensité/énergie, la mesure et la régulation de l'énergie.

2. Colonne d'accélération

La fonction de la colonne (ou tube) est d'accélérer et de focaliser le maximum de particules sur une cible ou sur une fente de sortie. Elle se compose d'un empilement de cylindres isolants, le plus souvent en céramique, séparés par des électrodes métalliques. Pour éviter aux particules accélérées des collisions intempestives avec les atomes résiduels, la colonne constitue une enceinte étanche où règne un vide de l'ordre de 10^{-5} à 10^{-6} Torr.

Les électrodes sont reliées à des potentiels intermédiaires de façon à assurer un champ électrique uniforme et à éviter les champs locaux excessifs, sources de décharges. Un profil judicieux des électrodes protègent les parties isolantes de la colonne et réduit la production

d'électrons secondaires par les particules perdues sur les parois. Les électrodes près de la source sont profilées pour donner au champ électrique une composante radiale servant à compenser l'effet de charge d'espace des particules. Cet effet est plus important près de la source car les particules y ont une énergie moindre.

3. Problèmes d'isolement

La tension aux bornes de la colonne d'accélération est limitée par des courants de fuite et par des phénomènes de décharge pouvant aller jusqu'au claquage. Ils apparaissent à la surface de la colonne, à l'intérieur ou à l'extérieur, et dépendent de la valeur des champs électriques locaux, des matériaux utilisés, de leur état de surface, de la nature et de la pression du gaz.

En l'absence d'émission secondaire, le champ disruptif obéit assez bien à la loi de ***Paschen***. Cette loi dit que la tension disruptive entre deux électrodes planes parallèles et infinies ne dépend, pour un gaz donné, que du produit de la pression par la distance entre les deux électrodes. La figure II.1 montre l'allure des courbes de ***Paschen*** pour deux gaz différents. Elles présentent un minimum dépendant de la nature du gaz. Ce minimum s'explique par le fait qu'aux hautes pressions le libre parcours moyen des électrons diminue exigeant ainsi un voltage croissant pour conférer aux électrons une énergie suffisante pour ioniser. Aux basses pressions, le libre parcours est long mais la probabilité d'ioniser un atome diminuant avec la densité du gaz, il faut également augmenter le voltage pour atteindre la limite disruptive.

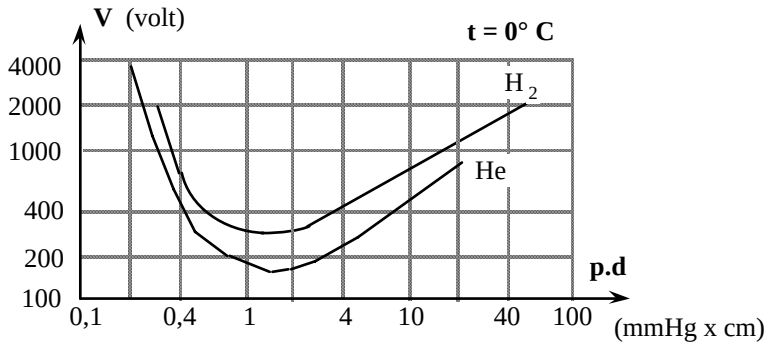


Fig. II.1: Courbes de Paschen
Electrodes planes parallèles

Ces courbes nous indiquent que pour isoler le tube d'accélération il faut choisir un vide poussé ou une pression élevée. A l'intérieur de la colonne, le vide est évidemment nécessaire pour assurer aux particules un parcours sans obstacles (ce vide doit également être très "propre": une contamination par hydrocarbure cause une perte considérable de tenue en tension). A l'extérieur, un gaz sous pression est préférable car la réduction du libre parcours des particules indésirables diminue la production d'électrons secondaires sur les parois. Remarquons qu'aux pressions élevées la tension disruptive devient proportionnelle à la pression, pour une géométrie donnée.

Le choix du gaz est important. Outre ses qualités isolantes, il faut tenir compte de sa tension de vapeur saturante qui limitera la pression maximum d'utilisation et de sa décomposition éventuelle lors des décharges pouvant donner des substances corrosives. Il faut, enfin, songer aux dangers de combustion. Passons quelques gaz en revue (voir aussi la figure II.3) :

l' ***air*** est peu utilisé car il existe un danger de combustion dû à la présence d'oxygène, ainsi qu'un dégagement de substances corrosives, telle l'ozone, lors de décharges;

l' ***azote (N_2)*** a des propriétés isolantes semblables à l'air et est largement utilisé car il est peu coûteux et ne présente pas de danger de combustion, ni d'émission de substances corrosives;

l' ***anhydride carbonique (CO_2)*** , à part une décomposition possible en CO et O, est excellent et est souvent mélangé à l'azote;

le ***fréon 12 (CCl_2F_2)*** est excellent, mais ne peut être utilisé seul car sa tension de vapeur saturante est trop basse; il peut se décomposer graduellement sous l'effet des décharges;

l' ***hexafluorure de soufre (SF_6)*** est excellent mais coûteux; il est plus stable chimiquement et a une tension de vapeur saturante plus élevée que celle du fréon (24 atm à 25 °C).

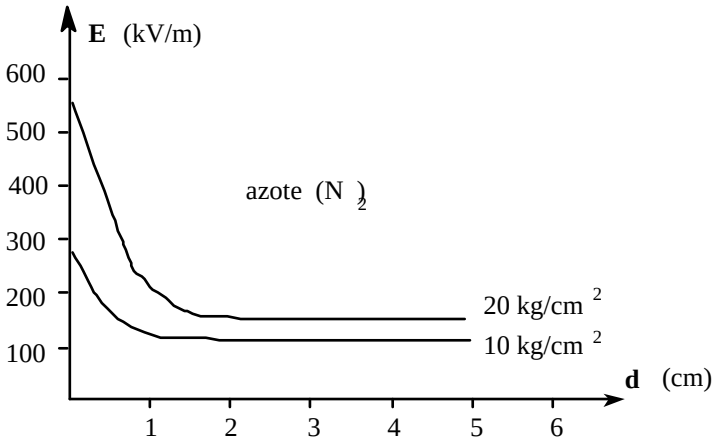


Fig. II.2: Champ disruptif dans l'azote
Electrodes planes parallèles

Un mélange de 80% de N_2 et de 20% de CO_2 à 10-20 atm est souvent utilisé. Pour des performances poussées, on utilise le SF_6.

Les accélérateurs à tension continue sont donc, en règle générale, enfermés dans une enceinte gazeuse sous pression. Cela les rend indépendants des conditions extérieures et réduit fortement leurs dimensions. L'enceinte rend cependant l'accès à la source malaisé et le démontage se complique parfois par la présence de 2 ou 3 enveloppes métalliques intermédiaires dont le rôle est de réduire la valeur du champ électrique en certains points de l'enceinte.

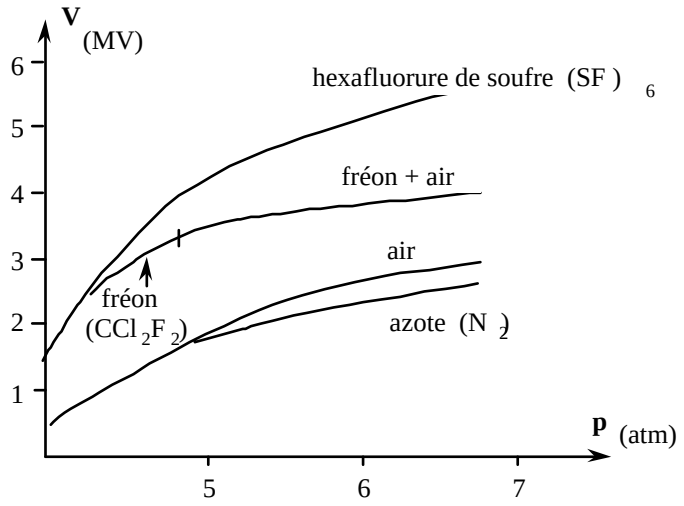


Fig. II.3: Tension disruptive en fonction de la pression du gaz pour un accélérateur typique

4. Source de particules

Une source à électrons ne pose aucun problème puisqu'on les produit aisément à partir d'une cathode chauffée.

La réalisation d'une bonne source à ions pour un accélérateur demande, en revanche, un gros effort de développement. Elle doit, en effet, répondre à un certain nombre de critères:

a) le courant doit être intense, être émis sous un angle solide petit pour que la colonne d'accélération accepte le maximum de particules et présenter une faible dispersion d'énergie;

b) les particules chargées indésirables ne doivent représenter qu'une faible fraction du courant total pour ne pas solliciter inutilement l'alimentation haute tension qui forcément les accélérera;

c) le débit gazeux dans la colonne d'accélération au travers de l'orifice d'extraction doit être limité de façon à faciliter le pompage de la colonne;

d) une grande fiabilité pour éviter les démontages fréquents.

Dans les accélérateurs à tension continue, la source est logée dans l'électrode terminale coiffant le tube d'accélération. Cette électrode ou, plus souvent, une enceinte voisine portée à la même tension, contient l'équipement nécessaire à l'alimentation et au contrôle de la source, à la mesure et à la régulation de la haute tension. Cet équipement est alimenté par un alternateur fournissant l'énergie électrique et entraîné à partir du sol, par une courroie ou un arbre isolant.

Plusieurs types de sources à ions positifs ont été développés dont trois sont principalement utilisés pour les accélérateurs de particules:

a) le ***duoplasmatron*** pour produire des protons, deutons et parfois des ions d'hélium (particules α);

b) la ***source PIG*** pour des ions légers;

c) la ***source ECR*** pour des ions plus lourds et plus fortement épluchés.

Dans ces trois sources ce sont des électrons qui ionisent un gaz adéquat. Un puits de potentiel et un champ magnétique obligent les électrons à effectuer de longs allers et retours favorisant ainsi une ionisation intensive. Il confine également le plasma dans un petit volume. Une électrode portée à quelques dizaines de kilovolts extrait les ions du plasma. L'émittance et la dispersion d'énergie du faisceau extrait dépendent de la géométrie de la partie du plasma concernée par l'extraction et de la dispersion d'énergie des ions qui s'y trouvent. Pour donner un ordre de grandeur de cette dispersion, notons que le nombre de protons créés dans de l'hydrogène sous 1 mm de mercure passe par un maximum pour des électrons ionisants de 75 eV environ.

Dans le cas du ***duoplasmatron***, les électrons proviennent d'une cathode chauffée. L'enveloppe de la cathode et l'anode sont en fer doux. Comme le montre la fig. II.4, elles sont de symétrie cylindrique et forment les pièces polaires d'un électroaimant. Les électrons émis par la cathode pénètrent dans l'entrefer suivant l'axe. Ils y sont confinés par le champ magnétique et par le potentiel négatif de l'électrode d'extraction, située au-delà de l'anode. Ces électrons créent un plasma qui s'étale un peu au-delà de l'anode, dans une petite cavité ("expansion cup") située devant l'électrode d'extraction. Les bonnes sources délivrent des courants pulsés de protons de quelques 250 mA. Les protons représentent environ 70% des ions extraits. La pression gazeuse est de l'ordre de 0,5 Torr.

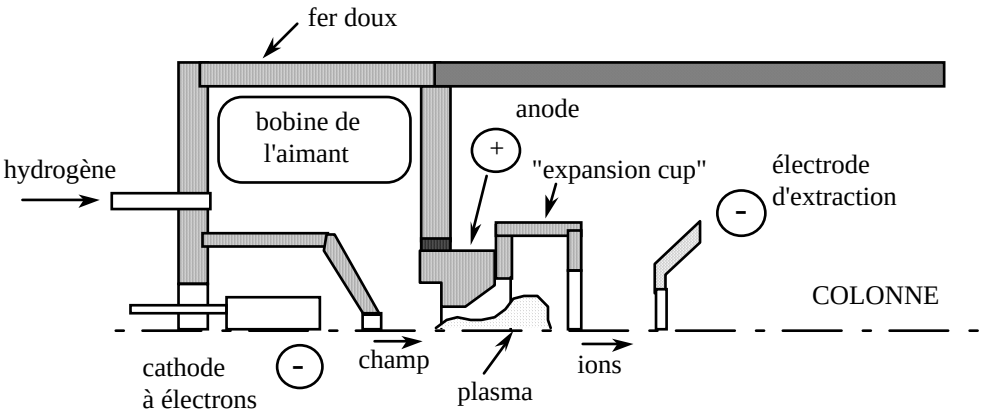


Fig. II.4: Source Duoplasmatron

Dans la ***source PIG*** (Penning Ionization Gauge, fig. II.5) une anode cylindrique creuse, percée aux deux extrémités, se trouve placée entre deux cathodes planes perpendiculaires à l'axe. A la surface des deux cathodes, recouvertes d'une couche d'oxyde, se produit une émission d'électrons secondaires. Ces électrons pénètrent dans l'anode, ionisent le gaz et, ayant perdu de l'énergie, restent confinés à l'intérieur de l'anode et autour de l'axe grâce au champ magnétique axial. Les ions sont extraits du plasma ainsi créé au travers d'une fente dans la paroi latérale de l'anode. C'est une source robuste, utilisée pour la production d'ions

partiellement épluchés de masse relativement faible (jusqu'au néon par exemple). Grâce aux longs trajets des électrons, les courants extraits peuvent être importants.

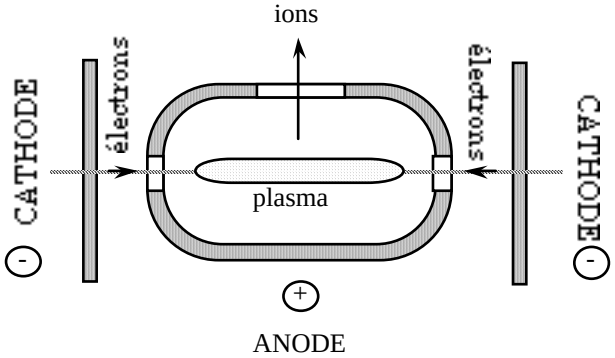


Fig. II.5 : Source PIG

La ***source ECR*** (Electron Cyclotron Resonance) est une bouteille magnétique cylindrique avec un puits de potentiel magnétique sur l'axe. Les électrons injectés axialement sont accélérés par des impulsions HF, à la fréquence de résonance cyclotronique des électrons (de l'ordre de 10 GHz). Le champ magnétique est plus important (0,4 Tesla) que dans les deux autres types de source où 0,1 Tesla suffit. La capacité d'ionisation et le degré d'épluchage sont particulièrement importants dans une telle source. La source ECR est assez volumineuse, avec un diamètre et une longueur de l'ordre du mètre. Elle consomme nettement plus d'énergie électrique que les autres sources. Une telle source (ECREVIS) a été installée sur le cyclotron isochrone de Louvain-la-Neuve. Une autre a été installée au CERN et produit environ 100 µA de Pb^{27+} . Les sources ECR commencent à être couramment utilisées pour des accélérateurs à ions lourds. On peut obtenir des ions de carbone, d'azote et d'oxygène complètement épluchés et de néon, d'argon, de soufre et de plomb fortement épluchés.

5. Relation intensité/énergie

L'alimentation a une tension à vide V_0 et une résistance interne R_0 (fig. II.6) .

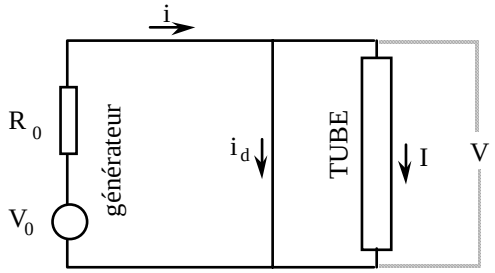


Fig. II.6

Elle débite un courant i qui se répartit en un courant utile d'ions I et un courant dissipatif i_d . Celui-ci est fonction de la tension V aux bornes de la colonne d'accélération. De la figure II.6 on tire :

$$V = V_0 - R_0(i_d + I)$$

$$I = \frac{V_o}{R_0} - \frac{V}{R_0} - i_d(V)$$

La dernière équation donne donc la relation entre l'intensité I et la tension V si on connaît le courant dissipatif i_d (V) . Celui-ci est une somme de courants, notamment :

- un courant d'électrons secondaires remontant de la paroi du tube d'accélération vers la source;
- un courant, somme des effets corona;
- un courant, négligeable en général, dans la chaîne de résistances servant à fixer les potentiels intermédiaires.

Le courant d'électrons secondaires est produit par l'impact d'ions perdus sur les parois isolantes de la colonne d'accélération. Son intensité augmente très rapidement avec la tension V.

Le deuxième courant découle de l'effet corona. Rappelons que le terme "corona" recouvre des effets complexes d'effluves dans un champ électrique non-uniforme, suffisants pour provoquer une ionisation mais non une décharge disruptive.

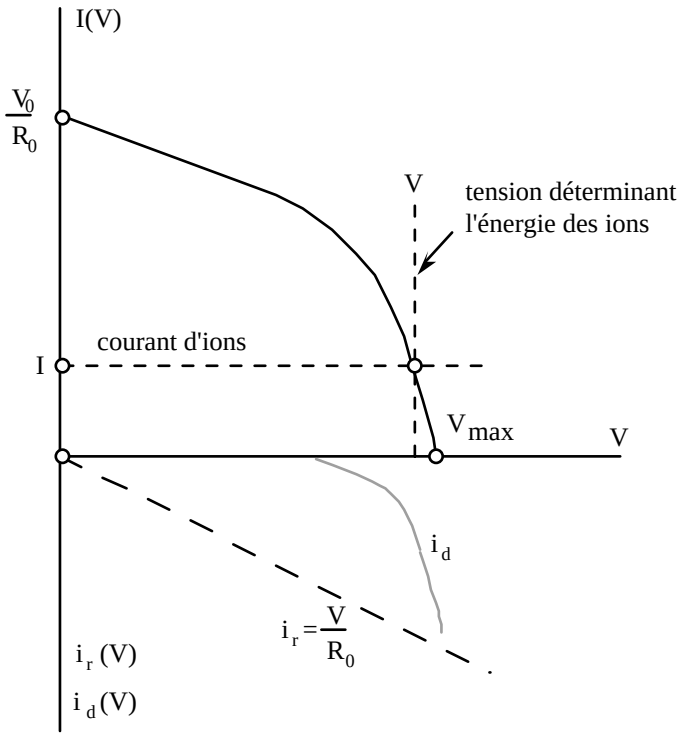


Fig. II.7

L'ionisation se manifeste visuellement par une lueur caractéristique recouvrant les surfaces les plus sollicitées des électrodes, d'où le nom de "corona" (couronne). L'ionisation apparaît lorsque le champ local dépasse une certaine valeur. Elle augmente rapidement avec lui, donc avec la tension V.

La dépendance I de V est représentée à la figure II.7.

Le courant utile d'ions I va donc fixer la tension V aux bornes de la colonne d'accélération, c'est-à-dire l'énergie finale des ions. La courbe montre que pour que cette énergie soit proche du maximum, il faut que le courant d'ions I soit largement inférieur au courant de court-circuit $\frac{V_0}{R_0}$ de l'alimentation. Les accélérateurs à tension continue débiteront donc des courants relativement modestes.

6. Mesure et régulation de l'énergie

Le plus souvent, l'énergie de l'ion accéléré est mesurée par la déflexion de sa trajectoire dans un champ magnétique uniforme, à la sortie de la colonne. Ce principe se prête bien aussi à une stabilisation de l'énergie.

Le champ magnétique B à la sortie de la colonne courbe la trajectoire de l'ion. Si le champ est perpendiculaire à l'axe de la colonne, le rayon de courbure de la trajectoire sera lié à l'impulsion p de l'ion par

$$p = qB\rho$$

Cette relation est tirée de $\frac{mv^2}{\rho} = qBv$. Puisque $\rho = \frac{ds}{d\alpha}$, on obtient:

$$p\theta = q\int Bds$$

où θ est l'angle de déflexion du faisceau après la traversée du champ magnétique et où le champ B a été intégré le long de la trajectoire. L'angle θ est déterminé par un jeu de fentes entrée/sortie, le champ étant ajusté pour obtenir une intensité maximum à la sortie de la dernière fente. Comme il est possible de mesurer θ et le champ magnétique (par résonance nucléaire) avec grande précision on peut déterminer p, c'est-à-dire l'énergie, de manière précise. Dans la pratique, on utilise des ions parasites (de même charge et de masse double, par exemple) de façon à ne pas limiter le courant utile d'ions par des fentes de mesure.

Si la fente de sortie est munie de deux lèvres métalliques isolées de leur support, la tension électrique aux bornes des lèvres correspond aux fluctuations de l'énergie du faisceau et peut servir de signal d'entrée pour un dispositif de stabilisation de l'énergie des ions. Les fluctuations de la haute tension ont des causes diverses. Elles peuvent être lentes comme une dérive dans la haute tension. Elles peuvent être rapides comme les instabilités des décharges corona . Elles peuvent être périodiques comme la tension résiduelle alternative d'un Cockroft-Walton.

Les dispositifs de régulation sont divers également et adaptés au type de fluctuation. Comme le suggère la figure II.7, il est possible de corriger les petites fluctuations rapides par une effluve corona contrôlée, et arriver ainsi, dans le cas d'un Van de Graaff, à une très faible dispersion d'énergie dans le faisceau d'ions accélérés.

7. Accélérateur Cockroft-Walton

Le générateur de haute tension du type Cockroft-Walton se base sur le principe de la figure II.8. En l'absence de courant débité, pour des condensateurs et des redresseurs idéaux, le fonctionnement se décrit sans difficulté.

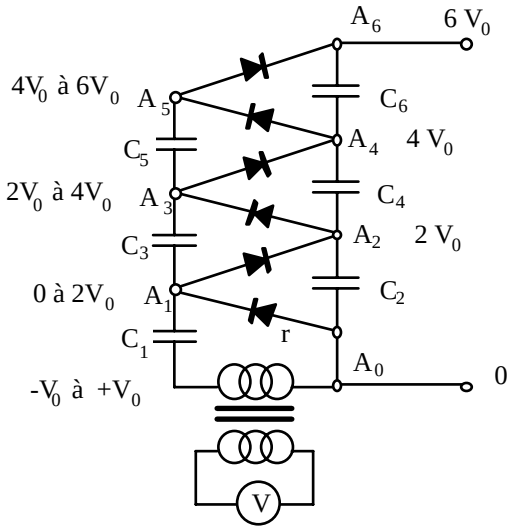


Fig. II.8: Cockroft-Walton

La capacité C_1 se charge au travers du redresseur jusqu'au moment où le potentiel en A_1 ne descend plus en-dessous de zéro. Puisque $2V_0$ est la variation aux bornes du transformateur d'alimentation, le potentiel en A_1 va donc varier de 0 à $2V_0$. De même C_2 se chargera au travers du second redresseur jusqu'à ce que le potentiel en A_2 reste supérieur à $2V_0$. Puisque le potentiel en A_0 est constant, celui en A_1 le sera aussi et égal à $2V_0$. Le raisonnement se répète de proche en proche et la tension d'un générateur de *N* étages, composé de *2N* condensateurs et de *2N* redresseurs idéaux, sera donc égale à $2VN_0$.

Lorsque le générateur débite un courant i les condensateurs se déchargent partiellement au cours de chaque période. Le calcul montre que la tension aux bornes du générateur devient :

$$V = 2NV_0 - iN\frac{2N^2+1}{3fC} + v\sin 2\pi ft$$

où

$$v = iN\frac{N+1}{2fC}$$

La fréquence *f* est la fréquence d'alimentation du transformateur. Ces formules supposent que tous les condensateurs ont la même capacité, à l'exception du premier C_1 qui a une capacité double.

Des formules précédentes, on tire les conclusions suivantes :

a) le Cockroft-Walton ne se prête pas aux tensions élevées puisque la tension inverse supportée par le redresseur limite le gain par étage et que la diminution de la tension moyenne est proportionnelle à N^3 ;

b) le produit $f\,C$ doit être choisi aussi grand que possible ;

c) la tension résiduelle v doit être filtrée afin de réduire la dispersion d'énergie dans le faisceau.

Dans la pratique, la fréquence est de quelques kHz (oscillateur RC suivi d'un amplificateur de puissance), les condensateurs sont de quelques nanofarads, les redresseurs sont au silicium et supportent une tension inverse de 150 à 200 kV. L'amplitude de l'ondulation résiduelle est réduite par un filtre RC installé entre la haute tension et le tube d'accélération. Avec une tension d'environ 200 kV par étage et un gaz pressurisé pour isoler l'ensemble, on construit industriellement des Cockroft-Walton compacts de quelques MV et capables de fournir des courants continus de quelques mA.

L'accélérateur Cockroft-Walton est rarement utilisé pour la physique nucléaire, la tension étant trop faible et la dispersion d'énergie trop élevée. On lui préfère le Van de Graaff. Parmi les applications industrielles des Cockroft-Walton mentionnons par exemple la production de neutrons rapides à 14 MeV par bombardement d'une cible de tritium par des deutons de 250 keV et l'accélération d'électrons (microscope électronique, etc.).

A cause de sa fiabilité, le Cockroft-Walton a souvent été utilisé comme injecteur d'ions dans un accélérateur linéaire. Comme préinjecteur, on se contente alors d'une énergie modeste, de l'ordre de 750 keV. A cette énergie, on peut se passer d'enveloppe gazeuse et faciliter ainsi l'accès aux divers composants, en particulier à la source d'ions. La source est pulsée et la colonne d'accélération est aussi courte que possible de façon à obtenir une intensité élevée sous une émittance faible. A titre d'exemple, le Cockroft-Walton servant de préinjecteur au CERN avait une énergie de 750 keV, et fournissait un courant instantané de 200 mA, au cours d'une impulsion de 200μs.

8. Accélérateur Van de Graaff

Comme le montre la figure II.9 une courroie isolante sans fin circule entre deux poulies, l'une au potentiel de la terre, l'autre à l'intérieur d'une électrode métallique isolée du sol (la poulie supérieure est isolée de l'électrode métallique). A la partie inférieure de la machine, la courroie est chargée par ionisation en passant devant un peigne métallique porté à une dizaine de kilovolts. Dans l'électrode, un autre peigne décharge la courroie par effet corona et collecte ainsi les charges qu'elle apporte.

Le courant transporté par la courroie est donné par :

$$i_0 = \sigma v l \qquad \text{où} \qquad \sigma = 2\varepsilon_0 E$$

σ = densité superficielle

v, l = vitesse et largeur de la courroie

ε_0 = permittivité du vide = $9.10^{-12}\ \dfrac{\text{C}}{\text{mV}}$

E = champ électrique à la surface de la courroie

Dans l'air à la pression atmosphérique, les valeurs

$$v = 20\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \qquad l = 0{,}5\ \text{m} \qquad E = 10^6\ \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

conduisent donc à un courant d'apport de $i_0 = 180\ \mu\text{A}$. Comme l'indique la figure II.7, le courant utile I d'ions accélérés sera en fait largement inférieur à ce courant d'apport, de l'ordre d'une dizaine de µA.

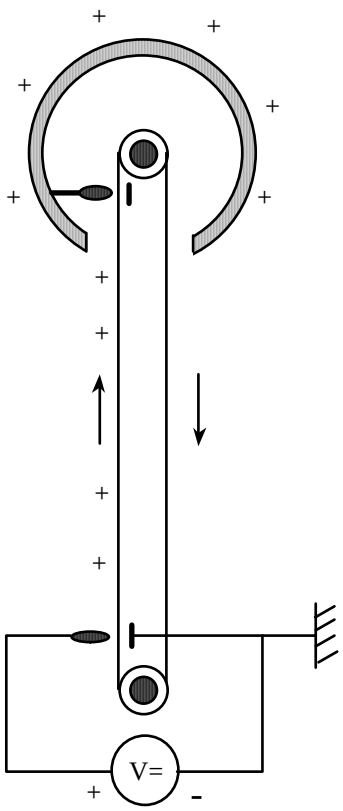


Fig. II.9: Accélérateur Van de Graaff

Le courant d'apport étant faible, les Van de Graaff ont donc le désavantage, par rapport aux Cockroft-Walton, d'une plus faible intensité. En revanche, ils se prêtent mieux à des tensions élevées et à une dispersion d'énergie faible par suite de l'absence d'une source d'alimentation alternative et de redresseurs en cascade. On peut ainsi obtenir une dispersion d'énergie de l'ordre de grandeur de celle des ions quittant la source, soit environ 100 eV. La principale application des Van de Graaff est la physique nucléaire. Le contrôle et la stabilité de l'énergie, la faible dispersion d'énergie et la possibilité d'utiliser divers types d'ions s'adaptent bien à l'étude des niveaux quantifiés d'énergie dans les noyaux. Il y a plusieurs centaines d'accélérateurs du type Van de Graaff en service dans le monde et un grand éventail de particules ont été accélérées, les courants pouvant être continus ou pulsés.

La réalisation d'un générateur Van de Graaff pose de nombreux problèmes technologiques. Le principal est la réalisation d'une courroie circulant à grande vitesse, présentant les

caractéristiques mécaniques et électriques voulues. Elle est souvent en coton ou en soie caoutchoutée. Comme pour les accélérateurs Cockroft-Walton, l'ensemble du Van de Graaff est enfermé dans une enceinte gazeuse sous pression. La présence d'un gaz à haute pression permet aussi d'augmenter le courant d'apport. En pratique, on peut obtenir un courant utile de quelques dizaines de µA de protons et une tension de 5 à 10 MV.

Signalons qu'il est possible d'obtenir des courants plus élevés sous des tensions plus faibles (10 à 20 mA sous 600 kV, par exemple) en utilisant, à la place de la courroie, un cylindre diélectrique tournant à grande vitesse. C'est le principe des machines construites par la SAMES et utilisées notamment pour le dépoussiérage et la peinture électrostatique.

9. Tandem Van de Graaff

Le principe du tandem proposé par Alvarez en 1951 est illustré par la figure II.10. Il comporte deux colonnes d'accélération de part et d'autre d'une électrode centrale portée à une haute tension positive. La haute tension est obtenue par transport de charges comme dans un Van de Graaff classique et l'ensemble est enfermé dans une enceinte remplie d'un gaz sous pression.

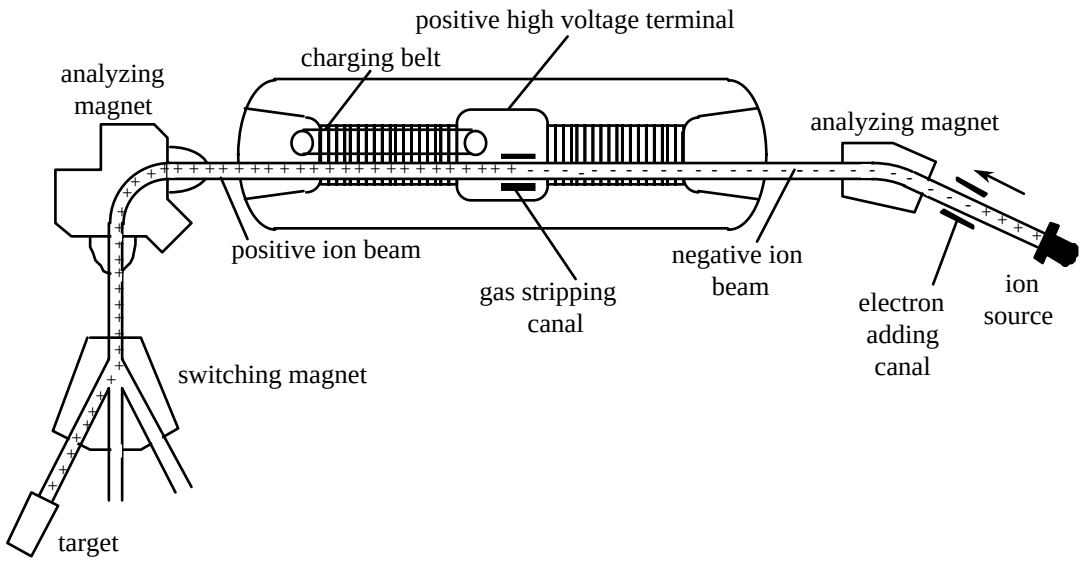


Fig. II.10: Tandem Van de Graaff

La source à ions est située hors de l'enceinte et l'ion (positif) avant d'entrer dans la première colonne, est converti en un ion négatif par l'addition d'électrons. L'ion négatif est accéléré par la haute tension positive de l'électrode centrale. A l'intérieur de celle-ci, l'ion négatif se débarrasse d'un certain nombre d'électrons en traversant un jet gazeux ou une feuille métallique mince. L'ion, redevenu positif , est repoussé par la haute tension et subit une nouvelle accélération dans la seconde colonne. Si l'ion positif, après épluchage, possède Q charges unitaires, l'énergie finale de l'ion au sortir de l'enceinte sera donnée par

$$K = (1 + Q)\, e\, V$$

V étant la valeur de la haute tension. L'épluchage étant d'autant plus efficace que l'énergie de l'ion est plus élevé, on peut procéder à un deuxième épluchage au cours de la seconde accélération, ce qui augmentera d'autant l'énergie finale.

Le principe du tandem avec l'épluchage important qu'il permet et une tension de 10-20 MV sur l'électrode centrale donnent finalement des ions de grande énergie, comparable à celle obtenue dans des cyclotrons. Outre une énergie élevée, un autre grand avantage du tandem réside dans le fait que la source est au potentiel de la terre. Ceci augmente beaucoup la souplesse des expériences. Un dernier avantage du tandem est sa faible dispersion d'énergie, comme dans un Van de Graaff classique (idéal pour l'étude de la structure de la matière). Le désavantage est la faible intensité du courant accéléré puisqu'il faut tenir compte du mauvais rendement de la double conversion de la polarité des ions. Le fonctionnement en tandem suppose aussi l'existence d'un ion négatif stable de l'ion que l'on désire accélérer. C'est heureusement le cas pour la plupart des éléments, les gaz nobles (sauf l'hélium) faisant exception.

On peut augmenter l'énergie finale en utilisant deux tandems en série et en plaçant la source dans l'électrode centrale du premier tandem. Cette électrode repousse l'ion positif issu de la source et l'addition d'électrons se fait entre les deux tandems. Le gain en énergie se fait malheureusement au détriment de l'avantage présenté par un seul tandem: à savoir que la source n'est plus au potentiel de la terre. Décrivons succinctement les installations du Brookhaven National Laboratory près de New York et du NSF de Daresbury en Grande-Bretagne.

Le BNL possède, depuis 1970, deux tandems pouvant être mis en série. L'électrode centrale de chaque tandem supporte une haute tension maximum de 16 MV . Un mélange gazeux de N_2, CO_2 et SF_6 sous 15 atmosphères remplit chaque enceinte. Plus de 65 sortes d'ions ont jusqu'ici été accélérées. Les énergies atteintes, avec deux tandems en série, étaient en 2001 de 102, 217, et 285 MeV pour des ions de carbone, de soufre et de cuivre respectivement.

A Daresbury, de 1983 à 1992, était en service le NSF (Nuclear Structure Facility). L'accélérateur était logé dans une tour de 70 m de hauteur. L'enceinte proprement dite, remplie de SF_6 sous une pression de 8 atm, avait une hauteur de 40 m et un diamètre de 8 m. La haute tension a avoisiné les 30 MV. Cette valeur particulièrement élevée est le résultat d'études technologiques poussées sur la colonne d'accélération, la courroie et l'isolement. La courroie, habituellement en coton ou soie caoutchoutée, est remplacée ici par un ensemble de barreaux conducteurs séparés par des perles isolantes, appelée "laddertron" (car semblable à une échelle). La vitesse de défilement etait de l'ordre de 15 m par seconde et on a pu transporter un courant d'apport de 500 μA.

CHAPITRE III

ACCELERATEURS LINEAIRES

1. Introduction

Dans un accélérateur linéaire - appelé aussi "linac" - la particule de référence se déplace en ligne droite dans un champ électrique haute fréquence. Pour gagner de l'énergie, la particule doit être soustraite au champ lorsque celui-ci est décélérateur. Ce principe fut proposé dès 1929, mais il fallut attendre 1945 pour disposer de sources haute fréquence convenables.

La trajectoire rectiligne est un premier avantage. Elle évite un champ magnétique coûteux et les pertes par rayonnement électromagnétique. L'injection et l'extraction des particules ne posent aucun problème. En revanche, la particule ne traverse qu'une seule fois l'accélérateur et y passe donc très peu de temps (10 µs par exemple pour l'accélérateur d'électrons de 3 km de Stanford). Une importante puissance haute fréquence instantanée est donc nécessaire pour obtenir l'énergie voulue en si peu de temps et l'accélérateur doit être pulsé si l'on désire garder la puissance moyenne dans des limites raisonnables. Le coût du dispositif d'accélération sera donc élevé et le facteur d'utilisation sera bien souvent faible, parfois inférieur au pour-mille. Enfin l'accélérateur linéaire devient vite d'une longueur prohibitive (maximum 25 MeV/m actuellement).

Pour protéger la particule, lorsque le champ devient décélérateur, nous verrons que deux cas doivent être envisagés. Dans le cas des ***électrons***, l'injection se fait facilement à une énergie bien supérieure à l'énergie au repos et la vitesse de l'électron dans l'accélérateur est très proche de la vitesse de la lumière. L'accélérateur peut, dans ce cas, consister en un guide d'onde dont la vitesse de phase est égale à la vitesse de la lumière. La composante progressive de l'onde dans le guide va, dans ce cas, littéralement "porter" l'électron de référence lui conférant de l'énergie tout au long de son parcours. Dans le cas des ***ions***, la vitesse de la particule croît au cours de l'accélération. On utilise alors une succession d'intervalles d'accélération dont les espacements sont choisis pour que l'ion, accéléré dans l'un d'entre eux, ne se retrouve dans le suivant que lorsque le champ y est redevenu accélérateur. Entre deux fentes d'accélération, l'ion est soustrait au champ.

Il y a plus de 4000 accélérateurs linéaires dans le monde. La quasi-totalité sont utilisés pour des applications industrielles (linéaires à électrons pour la préservation de produits alimentaires par irradiation par exemple). Les accélérateurs linéaires à électrons sont utilisés pour la physique de haute énergie. Les accélérateurs linéaires à protons ne peuvent plus concurrencer les accélérateurs circulaires comme instruments pour la physique des particules et leur rôle est limité à celui d'injecteur pour des accélérateurs circulaires de haute énergie. Les linéaires à ions lourds continuent à présenter de l'intérêt. On envisage parfois leur utilisation pour produire la fusion.

2. Accélérateurs linéaires à ions

Introduction

Considérons un ion de masse atomique A dans un état de charge Q. On a

$$W_r = AW_0 \qquad\qquad q = Q\,e$$

où W_0, e sont relatifs au proton. Le rapport Q/A jouera un grand rôle dans les formules. Il dépend du degré d'épluchage de l'ion dans la source utilisée et l'on se rappellera que pour des ions complètement épluchés, ce rapport est voisin de $0{,}5$. Lorsque la masse s'élève, il devient difficile d'éplucher complètement l'atome et le rapport Q/A diminue. Il peut être de l'ordre de $0{,}1$ pour l'uranium.

Formules de base

L'accélérateur à ions est donc constitué d'une suite de fentes d'accélération espacées de telle sorte que l'ion de référence, accéléré dans une d'entre elles, retrouve dans la suivante un champ à nouveau accélérateur. Etablissons quelques formules, valables quelle que soit la structure. Nous supposerons que les particules sont non-relativistes C'est le cas de tous les accélérateurs linéaires à ions existants, à l'exception du LAMPF.

Considérons la n-ème fente. Au centre de celle-ci, l'ion de référence a une vitesse v_n et une énergie cinétique K_n. La distance entre les centres de la n-ème et (n+1)-ème fentes est L_n. La période de la haute fréquence est T, sa longueur d'onde λ et $k\pi$ est la différence de phase d'une fente à l'autre (il faut $kT/2$ pour voir le même champ accélérateur). Ces définitions et notations permettent d'écrire les formules suivantes:

$$L_n = kv_n \frac{T}{2} = k \cdot \frac{v_n}{c} \cdot \frac{\lambda}{2} \tag{2.1}$$

$$L_n = k\sqrt{\frac{2K_n}{W_r}} \cdot \frac{\lambda}{2} \tag{2.2}$$

puisque $K_n = \dfrac{M v_n^2}{2}$ et $W_r = Mc^2$

De (2.2) on peut déduire une expression approchée pour la longueur totale de l'accélérateur en fonction de l'énergie finale K. Admettons que la moyenne $\langle L_n \rangle$ des distances L_n soit la longueur correspondante à l'énergie $\dfrac{K}{2}$. Supposons aussi que le gain d'énergie par fente soit constant et égal à ΔK. On a dans ce cas $L = N \langle L_n \rangle$, d'où

$$L = Nk \sqrt{\frac{K}{W_r}} \cdot \frac{\lambda}{2}$$

Puisque $N = K/\Delta K$ et $W_r = A\,W_0$ on aura :

$$L = \frac{k}{\Delta K} \sqrt{\frac{K^3}{W_r}} \cdot \frac{\lambda}{2} \qquad (2.3)$$

$$L = \frac{k}{\Delta K} \sqrt{\frac{K^3}{AW_0}} \cdot \frac{\lambda}{2} \qquad (2.4)$$

Le gain d'énergie pour une particule traversant une fente, s'obtient en intégrant l'action du champ électrique sur la charge Qe de l'ion pendant la traversée. On a donc (les ΔK_n ne sont plus nécessairement les mêmes):

$$\Delta K_n = Q\,e \int E_n . \sin \Phi(s).ds = QeE_n . \Delta l_n \sin \Phi_s \qquad (2.5)$$

où E_n est l'amplitude du champ, $\Phi(s)$ la phase vue par l'ion au cours de sa traversée et Φs la phase à laquelle passe la particule de référence au centre de la fente ("phase stable"). Par définition, Δl_n sera la longueur apparente de la fente n.

Premières conséquences

Les formule (2.2) et (2.5) montrent qu'il n'est pas possible d'augmenter l'énergie d'un accélérateur linéaire à ions en augmentant la valeur du champ électrique. En effet, pour une structure, un mode k, une longueur d'onde et un ion donnés, la formule (2.2) indique que les valeurs K_n sont fixées, donc aussi l'énergie finale K et le gain ΔK_n par fente. Dès lors, si on augmente la valeur E_n du champ, la formule (2.5) montre que la particule de référence va simplement passer à une phase stable différente, de façon à maintenir constant le produit $E_n \sin \Phi s$ (Δl_n reste constant car v_n est le même)

On peut cependant montrer que, dans un accélérateur linéaire à protons, il est possible d'accélérer un ion de masse A , si sa vitesse est la moitié de celle du proton. La formule (2.1) montre que le déphasage entre deux fentes successives sera de $2k\pi$ pour l'ion s'il est de $k\pi$ pour le proton. L'énergie par nucléon K/A de l'ion sera égale au quart de l'énergie du proton puisque

$$\frac{K}{A} = \frac{1}{2}\left(\frac{W_0}{c^2}\right) v_n^2$$

et que la vitesse est divisée par deux. De la formule (2.5) on déduit l'influence sur le champ électrique E_n. La formule devient

$$\left[\Delta\left(\frac{K_n}{A}\right)\right]_{ion} = \frac{Q}{A} \cdot \left[E_n e \Delta l_n \sin \Phi_s\right]_{ion} = \frac{1}{4}\left(\Delta K_n\right)_p = \frac{1}{4}\left[E_n e \Delta l_n \sin \Phi_s\right]_p$$

Si $\Delta l_n \sin \Phi s$ restait le même pour l'ion que pour le proton, on pourrait pour un même champ E_n accélérer des ions partiellement épluchés $Q/A = 0,25$. En réalité $\Delta l_n \sin \Phi s$ est plus petit pour un ion qui traverse plus lentement la fente. Dans le cas du Linac de 50 MeV du CERN par exemple Q/A ne pourra pas être inférieur à 0,38 environ.

Structures

L'accélérateur est donc formée d'une suite de cellules, chacune contenant une fente d'accélération. Le type de cellule caractérise ce qu'on appelle la "structure" de l'accélérateur. Le choix de la structure est importante car elle détermine les dimensions de l'accélérateur via λ, le gain d'énergie par unité de longueur, les pertes donc la puissance haute fréquence nécessaire. Décrivons quelques structures.

La ***structure Widerö*** a été la première utilisée. Des tubes métalliques cylindriques sont alignés suivant un axe et, comme indiqué à la figure III.1, sont reliés entre eux pour former les deux électrodes d'une capacité.

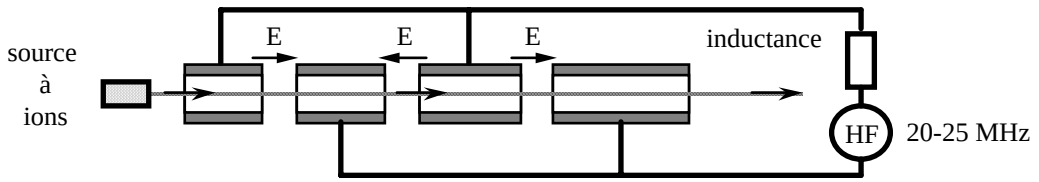


Fig. III.1: Structure Widerö

Cette capacité forme avec une inductance un circuit résonnant alimenté par une source de tension haute fréquence. La particule de référence apparaît entre deux tubes au moment où le champ est accélérateur. Lorsque le champ devient décélérateur, elle disparaît à l'intérieur du tube suivant, à l'abri du champ. Elle va donc gagner de l'énergie de proche en proche. La structure Widerö est dite de mode π (k=1), car π est le déphasage à un moment donné entre les champs dans deux intervalles successifs.

En 1931, ***Sloan*** et ***Lawrence*** l'utilisèrent pour construire le premier accélérateur linéaire à protons. La structure Widerö suppose implicitement que la longueur de l'accélérateur est inférieure à la longueur d'onde et la formule (2.4) montre que si L=λ/2 et ΔK=15 keV l'énergie conférée à un proton par une structure Widerö n'est que de 0,6 MeV, soit l'énergie d'un accélérateur à tension continue. Un accélérateur linéaire de type Widerö n'est donc pas intéressant pour l'accélération de protons. C'est pour cette raison que Sloan et Lawrence choisirent d'accélérer des ions de mercure (A=200). Le gain en énergie varie en effet comme $\sqrt[3]{A}$.

La ***structure Alvarez*** est la conséquence de la mise au point, pendant la guerre, de tubes de puissance dans la gamme des 100-200 MHz, soit une longueur d'onde de 3 à 1,5 m. Alvarez, en 1947, remplaça la structure Widerö par une suite de cavités résonnantes, comme indiqué à la figure III.2a.

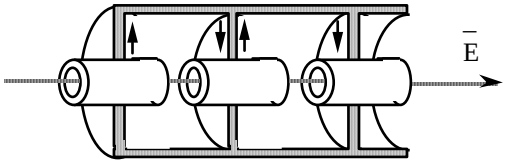


Fig. III.2a: Structure Alvarez

Dans la structure Widerö, la différence de phase, à un instant donné et entre deux intervalles successifs d'accélération, était de π. On remarque qu'en portant ce déphasage à 2π, les courants dans la paroi commune à deux cavités adjacentes circulent en sens opposés. Dans ce cas les parois peuvent être supprimées et on obtient la structure de la figure III.2b, consistant en une longue cavité cylindrique résonnante avec, entourant l'axe, des tubes protégeant l'ion du champ électrique lorsque celui-ci devient décélérateur.

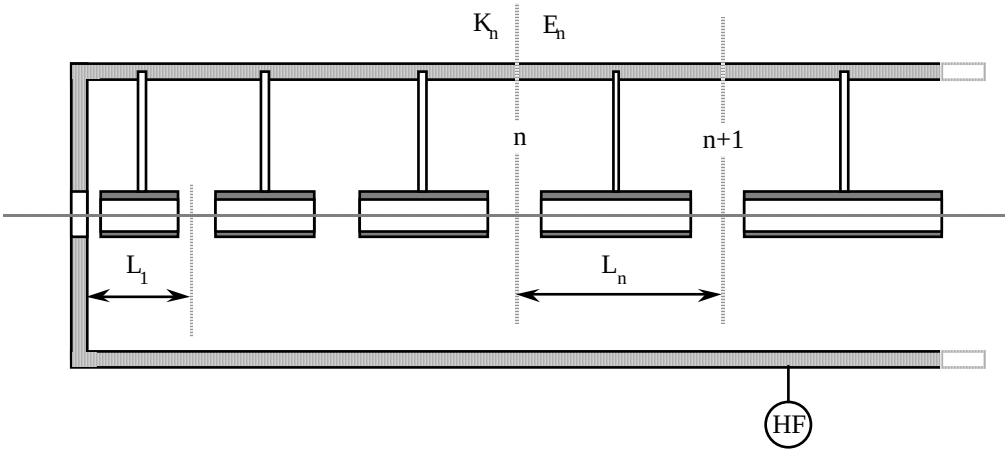


Fig. III.2b: Structure Alvarez

Les tubes sont appelés tubes de glissement ("drift tubes" en anglais) et, comme l'indique la formule (2.2) leur longueur croît comme $\sqrt{K_n}$. La structure Alvarez est donc de mode 2π c'est-à-dire k=2 .

En l'absence de tubes de glissement, la particule subirait une succession d'accélérations et de décélérations et le gain d'énergie moyen serait nul. Pour que la protection du champ décélérateur soit réelle, il faut cependant que la longueur des tubes soit suffisante par rapport à leur ouverture. La longueur L_1 du premier tube (il est le plus petit) doit donc être supérieure à une certaine valeur L_0 et la longueur d'onde λ devra, d'après (2.2) et si k=2, satisfaire à

$$\lambda \geq \frac{1}{\sqrt{\frac{2K_{inj}}{W_r}}} \cdot L_0 \qquad (2.6)$$

Dans le cas des protons, l'injection se fait en général à 750 keV. Cela signifiera donc que la longueur d'onde ne pourra pas être inférieure à 1,5 m pour une longueur du premier tube de L_0 = 6 cm (l'ouverture des tubes est souvent de l'ordre de deux centimètres). Ceci explique que la fréquence d'un accélérateur linéaire à protons de type Alvarez est de l'ordre de 200 MHz. Après une première section de type Alvarez, d'autres structures et des fréquences plus élevées sont utilisées.

La ***structure RFQ*** (Radio Frequency Quadrupole) est une structure particulière convenant bien aux accélérateurs d'ions de basse énergie. Un accélérateur RFQ peut, par exemple, accélérer jusqu'à 2 MeV des protons injectés à 100 keV. Il peut donc remplacer un injecteur Cockroft-Walton.

Il s'agit d'un quadrupôle haute-fréquence dont le profil des quatre électrodes est modulé suivant la longueur. Cette modulation donne au champ électrique une composante sur l'axe du quadrupôle. Le quadrupôle constitue ainsi une succession de cellules formant une structure de mode π. La particularité de cette structure est d'assurer à la fois la focalisation transversale par la composante quadrupolaire et l'accélération par la composante axiale.

Un RFQ à protons de 750 keV est utilisé au CERN depuis 1993. Les protons sont injectés à 100 kV. Le courant est de 150 mA sous forme d'une impulsion de 150 µs deux fois par seconde. La haute fréquence est de 203 MHz, la même que pour l'accélérateur linéaire de type Alvarez dans lequel le RFQ injecte. Cette construction fait suite aux succès obtenus avec un prototype de 500 keV. D'autres RFQ à protons ou à ions, destinés à remplacer des Cockroft-Walton injecteurs, sont en construction ou en projet dans le monde.

Exemples d'accélérateurs linéaires à protons

Les accélérateurs linéaires à protons ne sont plus guère utilisés pour la physique car on leur préfère les cyclotrons isochrones, plus performants à prix égal. Par contre ils sont le plus souvent utilisés comme injecteurs de 50 à 200 MeV pour des accélérateurs circulaires de haute énergie.

L'actuel Linac de 50 MeV du CERN est un exemple d'injecteur dans un synchrotron à protons. Il a été mis en service en 1978. En voici les performances et les caractéristiques.

Performances du faisceau

- protons de 50 MeV;
- une impulsion par seconde d'une durée de 150 µs;
- environ 1,5 10^{14} protons par impulsion soit un courant instantané de 150 mA (180 mA en performance de pointe), au cours d'une impulsion de 150 µs;
- une émittance normalisée inférieure à 8π mm.mrad (pour 90% du faisceau) et une dispersion d'énergie inférieure à ± 150 keV.

Caractéristiques de l'accélérateur

- source duoplasmotron délivrant un courant instantané de 300 mA sous forme d'une impulsion de 200 µs deux fois par seconde;
- préinjecteur RFQ de 750 kV;
- linac de 30 m de long composé de 3 cavités Alvarez portant progressivement l'énergie à 10, 30 et 50 MeV; d'un diamètre de 1 m et comptant au total 128 tubes de glissement;
- gain d'énergie de 1,48 MeV/m;

- fréquence de 203 MHz et puissance crête HF de 2,9 MW pour la structure seule, à laquelle il faut ajouter la puissance consommée par le faisceau , soit 7,4 MW pour un courant instantané de 150 mA;
- focalisation transversale indépendante grâce à des quadrupôles magnétiques logés dans la paroi des tubes de glissement .

Le deuxième exemple est une exception: le LAMPF de 800 MeV (Los Alamos Meson Physics Facility) mis en service en 1972 à Los Alamos. C'est le plus puissant accélérateur linéaire à protons existant. Son énergie est bien adaptée à la production de faisceaux secondaires de mésons π (d'où le nom de "pion factory"). Cet accélérateur est utilisé pour la physique et comme source de neutrons lents et rapides pour l'étude de matériaux. Les pions sont également utilisés pour des applications thérapeutiques. Un anneau de stockage a été mis en service en 1985 (30 µA en accumulant 1,5 10^{13} p.p.i. 12 fois par seconde).

Performances du faisceau

- protons de 800 MeV, on peut aussi accélérer des H^- ;
- 120 impulsion par seconde de 875 µs chacune soit un facteur d'utilisation d'environ 11%;
- un courant instantané de 17 mA, soit un courant moyen de 1.7 mA environ (en 1996).

Caractéristiques de l'accélérateur

- préinjecteur Cockroft-Walton de 750 kV;
- accélérateur de 795 m en deux sections, soit un gain de 1 MeV/m;
- première section de type Alvarez de 64 m de long, accélérant à 100 MeV; fréquence de 201 MHz et puissance crête de 3 MW;
- deuxième section de 100 à 800 MeV de 727 m de long; structure "side coupled cavities" de mode $\pi/2$ travaillant à une fréquence de 805 MHz avec une puissance crête de 1,25 MW

Exemple d'accélérateur linéaires à ions

L'UNILAC du Laboratoire GSI à Darmstadt en RFA est un exemple intéressant. Notons, en passant, que les tandems Van de Graaff peuvent fournir des ions avec une énergie par nucléon comparable à celle d'un linac. Le courant moyen est cependant nettement inférieur, de l'ordre de 10 µA pour un tandem et de 1 mA pour un accélérateur linéaire. Ci-dessous, les performances et les caractéristiques de l'UNILAC.

Performances du faisceau

- possibilité d'accélérer tous les ions jusqu'à l'uranium;
- énergie maximum de 15 MeV/nucléon
- courant moyen de 1 mA environ.

Caractéristiques de l'accélérateur

- source PIG (duoplasmotron dans de rares cas)
- deux préinjecteurs Cockroft-Walton de 320 kV permettant l'installation simultanée de deux sources à ions;
- une première section Widerö de 0,012 à 1,4 MeV/*n* avec une fréquence de 77 MHz;
- une deuxième section Alvarez de 1,4 à 5,9 MeV/*n* avec une fréquence de 108 MHz;

- 20 cavités supplémentaires au-delà de 5,9 MeV/*n*

NB : En 1990 un injecteur pour haute intensité et en 1992 un injecteur pour ions lourds ont été ajoutés; ce dernier utilise un linac à structure interdigitale.

L'UNILAC sert d'injecteur à un synchrotron à cyclage rapide, 10 Hz environ. Cet accélérateur SIS ("SchwerIonen Synchrotron") a démarré en avril 89. Les ions les plus lourds, tels l'uranium, sont accélérés jusqu'à 1,1 GeV par nucléon, les ions légers jusqu'à 2 GeV/*n*.

Au CERN, un accélérateur linéaire à structure interdigitale pour l'accélération d'ions lourds a été mis en opération en 1994. Il permet d'obtenir en moyenne 7×10^8 ions Pb^{82+} à 158 GeV/n dans le SPS (performance de pointe avec de l'Indium en 2003: 8×10^{10} charges, soit 1.6×10^9 ions In^{49+}).

3. Accélérateurs linéaires à électrons

Principe

On établit dans un guide d'ondes une onde stationnaire. Elle est la somme de deux ondes circulant en sens inverse et les composantes fondamentales du champ électrique le long de l'axe *z* du guide s'écriront:

$$E = E_0 \cos 2\pi f \left(t \pm \frac{z}{v_\varphi}\right) \qquad (2.7)$$

Dans cette expression, v_φ est la vitesse de phase de l'onde. L'électron est injecté à une énergie bien supérieure à celle de son énergie au repos qui est voisine de 0,5 MeV. Sa vitesse dans l'accélérateur sera donc très proche de celle de la lumière. On aura $z = c(t - t_0)$, d'où :

$$E = E_0 \cos 2\pi f \left[t \pm c \frac{(t - t_0)}{v_\varphi}\right]$$

Si $v_\varphi = c$, on voit que pour l'onde progressive $E = E_0 \cos (2\pi f\, t_0)$ donc si $t = t_0$, l'électron sera littéralement "porté" par l'onde progressive. L'onde inverse aura une influence moyenne nulle sur l'énergie finale.

Le guide d'onde est cylindrique et muni intérieurement d'iris équidistants (voir figure III.4) pour assurer $v_\varphi = c$. La fréquence utilisée est de l'ordre de 3 GHz conduisant à un diamètre de 8 cm pour le guide d'ondes.

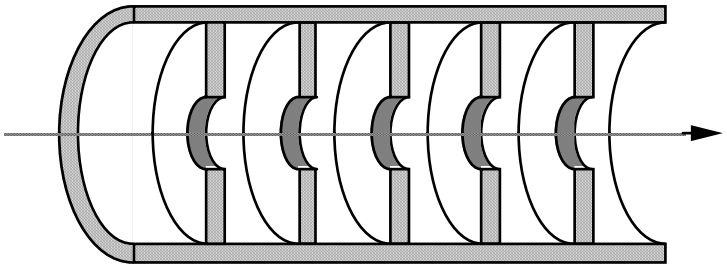


Fig. III.4: Guide d'ondes à iris

Quoique ce principe soit particulièrement indiqué pour l'électron, étant donné sa vitesse constante en cours d'accélération, rien n'empêche, théoriquement, de l'employer pour l'accélération de protons ou d'ions injectés avec un $\beta < 1$. Dans ce cas, la vitesse de la particule n'étant plus constante, la structure du guide d'onde devra dépendre de z. Les quelques prototypes de laboratoire réalisés, utilisant notamment une hélice interne à pas variable, ont montré le peu d'intérêt pratique de cette solution.

Avantages et Désavantages

Dans un accélérateur d'électrons, utilisant une onde progressive, l'énergie finale s'exprime par la relation $K = eLE_0$ où L est la longueur de l'accélérateur et si on injecte l'électron sur la crête de l'onde. Contrairement aux accélérateurs d'ions, il est donc possible d'augmenter l'énergie finale d'un accélérateur d'électrons en augmentant la valeur du champ électrique. On y arrive, par l'adjonction de klystrons supplémentaires ou par l'amélioration des klystrons existants.

L'accélération par onde progressive a également l'avantage de donner un gain élevé d'énergie par unité de longueur, puisque l'électron est accéléré en tout point de sa trajectoire. Le gain peut atteindre 10-15 MeV/m, alors que le gain dans un accélérateur d'ions étaient le plus souvent limité à 1-2 MeV/m.

L'absence de tubes de glissement qui, dans le cas de la structure Alvarez limitaient la fréquence d'accélération à 200 MHz environ, permet l'utilisation de fréquences de quelques GHz. A ces fréquences, les pertes par effet de peau sont moindres puisque ces pertes sont proportionnelles à $\sqrt{\lambda}$. Le diamètre du guide d'onde est également d'un ordre de grandeur plus faible que celui d'une cavité Alvarez.

Exemple d'accélérateur linéaire à électrons

L'exemple le plus remarquable est le SLAC (Stanford Linear Accelerator) du Laboratoire de Stanford en Californie aux USA. Il a été mis en service en 1966 et complété en 1980 par le collisionneur circulaire PEP de 2x18 GeV (électrons-positons) dont il est l'injecteur. Le projet SLC a fait du SLAC un collisionneur linéaire de 2x50 GeV. Nous en reparlerons dans le chapitre consacré aux collisionneurs.

Performances du faisceau

- une énergie de 32 GeV qui, moyennant certaines restrictions sur le taux de répétition de l'accélérateur, est portée à 50 GeV pour le projet SLC;

- 120 impulsion par seconde d'une durée de 1,6 μs (à 32 GeV), soit un facteur d'utilisation de 0,02%;
- un courant moyen de 60 μA (à 32 GeV), soit 10^{12} électrons par impulsion.

Caractéristiques de l'accélérateur

- injection à 32 MeV;
- longueur de 3,2 km (d'où l'appellation "two-mile accelerator") comportant 960 sections de 3 m;
- guide d'ondes avec des iris de 8 cm de diamètre et de 2 cm d'ouverture;
- fréquence de 2856 MHz et puissance crête de 5,6 GW;
- gain d'énergie de 10 MeV/m à 32 GeV (15,6 MeV/m à 50 GeV.)

4. Stabilité du faisceau dans un accélérateur linéaire

Nous ferons d'abord quelques commentaires généraux sur la particule de référence, celle pour laquelle l'accélérateur a été conçu, ainsi que sur les oscillations de la particule réelle autour de celle-ci.

Particule de référence et particule réelle

Dans tout accélérateur, la particule de référence se déplace sur une orbite idéale et est soumise à certains endroits au champ électrique lorsque celui-ci passe par la phase Φ_s appelée "phase stable". Cette particule est aussi appelée synchrone ou nominale. Elle correspond évidemment à des conditions initiales particulières d'injection.

Une particule réelle, avec des conditions initiales différentes, oscillera autour de la particule de référence seulement si certaines conditions de stabilité sont satisfaites. Les oscillations sont de deux types, longitudinales ou de phase sur l'orbite idéale et transversales ou radiales autour de celle-ci.

Pour un accélérateur donné, il est évidemment essentiel d'établir les conditions de stabilité et les amplitudes d'oscillations, puisqu'elles détermineront le nombre de particules acceptées à l'injection et accélérées jusqu'à l'énergie finale, donc l'intensité du faisceau.

Nous étudierons, dans le cas de l'accélérateur circulaire, les petits mouvements d'une particule réelle autour de la particule de référence et établirons les conditions de stabilité transversales et longitudinales. L'accélérateur linéaire étant un accélérateur circulaire dont le rayon tend vers l'infini, plusieurs résultats lui seront applicables. Nous nous contenterons donc ici de décrire, sans démonstrations, les conditions de stabilité dans les accélérateurs linéaires.

Accélérateur d'ions

On démontrera que la stabilité longitudinale est assurée dans un accélérateur linéaire lorsque la phase stable satisfait à la relation

$$0 < \Phi_s < \pi/2$$

La convention, dans ce cours, est de compter la phase à partir du moment où le champ électrique est nul et va devenir accélérateur. Cette convention sur l'origine des phases est

celle couramment utilisée pour les accélérateurs circulaires (à noter que pour les accélérateurs linéaires, la phase est comptée le plus souvent à partir de la valeur maximum du champ) . Nous verrons qu'à la phase stable Φ_s, correspond un intervalle de phase (Φ_1, Φ_2) et qu'une particule, pour être acceptée, devra être injectée à une phase comprise dans cet intervalle. Si les particules sont injectées à toutes les phases d'une manière uniforme, on en déduira que le taux de capture sera $t_x = (\Phi_1-\Phi_2)/2\pi$

En ce qui concerne la stabilité transversale, il est possible de montrer qu'elle n'est assurée dans un accélérateur linéaire que si la phase stable satisfait à la relation

$$\pi/2 - \Delta\Phi < \Phi_s < \pi$$

où $\Delta\Phi$ est positif et petit par rapport à $\pi/2$.

En l'absence de moyens extérieurs de focalisation transversale, la phase stable devrait donc être comprise entre $\pi/2 - \Delta\Phi$ et π. Le gain d'énergie serait élevé puisqu'il est proportionnel à $\sin\Phi_s$. En revanche, le taux de capture t_x serait voisin de zéro car nous montrerons que l'intervalle (Φ_1, Φ_2) tend vers zéro lorsque la phase stable s'approche de $\pi/2$.

En pratique, trois moyens sont utilisés pour assurer à la fois les stabilités longitudinale et transversale, un taux de capture et un gain d'énergie suffisants:

a) la phase stable est choisie entre 0 et $\pi/2$ de façon à assurer la stabilité longitudinale et un compromis raisonnable entre le taux de capture et le gain d'énergie; la phase choisie est souvent de l'ordre de 60° correspondant à un taux de capture de 25% et à un gain d'énergie de 0,86% de la valeur maximum;

b) un dispositif appelé "groupeur", placé devant de l'accélérateur, servant à grouper, à l'injection dans le linac, le maximum de particules dans l'intervalle (Φ_1 ,Φ_2) augmentant ainsi le taux de capture;

c) la stabilité transversale est assurée par des quadrupôles magnétiques logés dans la paroi des tubes de glissement; le courant électrique et l'eau de refroidissement nécessaires étant amenés par le support des tubes.

Le groupeur est une cavité résonnante utilisant la même fréquence que l'accélérateur linéaire. Le déphasage est ajusté de telle sorte que le champ électrique du groupeur est nul lors du passage de la particule de référence. En revanche, il accélère la particule réelle se présentant en retard et décélère la particule réelle se présentant en avance. En jouant sur la distance entre le groupeur et l'accélérateur linéaire et sur la valeur du champ électrique, on conçoit qu'il est possible de regrouper, en partie, les particules injectées dans l'intervalle (Φ_1, Φ_2). On arrive par ce moyen à doubler le taux de capture initial.

Accélérateur d'électrons

La vitesse des électrons dans l'accélérateur est quasiment celle de la lumière et, injectés à une phase donnée, ils ressortiront pratiquement à la même phase. Dans le cas du SLAC, par exemple, les électrons sont injectés à 32 MeV , correspondant à un $1-\beta \approx 10^{-4}$. Un calcul approché montre que le déphasage entrée/sortie sera inférieur à 0,02 radians.

La stabilité de phase ne se pose donc pas puisque les oscillations n'ont pas le temps de se développer.

A l'aide d'un groupeur, on injectera donc les électrons autour de la phase $\pi/2$ ce qui conduira au maximum de gain d'énergie par unité de longueur. La stabilité transversale sera assurée par des quadrupôles magnétiques logés entre des sections d'accélération.

5. Cavités résonnantes supraconductrices

Le faible facteur d'utilisation d'un accélérateur linéaire est un désavantage certain. Il est la conséquence de la puissance HF instantanée élevée, qu'exige le peu de temps passé par la particule dans l'accélérateur. Une partie de l'énergie HF est absorbée par le faisceau, mais une partie importante est souvent perdue dans les parois de l'accélérateur. Ces pertes peuvent être réduites d'une façon draconienne (facteur 10^5-10^6) en rendant les parois supraconductrices. De grands facteurs d'utilisation deviennent envisageables et même la réalisation d'accélérateurs linéaires à courant continu. La supraconductivité peut aussi être appliquée aux cavités résonnantes des systèmes d'accélération des grands accélérateurs circulaires. Ce qui suit couvre donc les cavités résonnantes supraconductrices quelle que soit l'application envisagée.

Les caractéristiques et résultats de la situation actuelle en matière de cavités résonnantes supraconductrices peuvent se résumer ainsi:

matière	en niobium très pur soit pulvérisé sur un support en cuivre, soit en tôles;
cellules	à 1, 3, 5, 9 élément(s);
gain d'énergie	de l'ordre de 6 MeV/m pour une cellule à plusieurs éléments;
fréquence	de 0,35 à 1,5 GHz;
température	de 2 à 4 degrés Kelvin;
facteur Q	supérieur à 10^9 en général, à comparer au 5.10^4 pour une cavité normale à température ambiante et en se rappelant que le facteur Q est inversement proportionnel aux pertes HF.

Parmi les difficultés qui restent, signalons le comportement de la supraconductivité en présence d'un champ magnétique et d'un courant intense de particules, la stabilité mécanique qu'impose un facteur Q élevé et surtout la qualité des surfaces. Aujourd'hui, malgré ces difficultés, l'utilisation de cavités résonnantes supraconductrices est acceptée et leur fiabilité est en progrès constant. Mentionnons quelques réalisations et progrès.

Le premier accélérateur supraconducteur d'ions lourds ATLAS (Argonne Tandem Linear Accelerator System) a été inauguré en juin 1985. L'injecteur est, depuis 1994, un linac supraconducteur précédé d'une cible ECR. Le linac principal se compose de 4 cavités en niobium, la fréquence est de 97 MHz et la température de 4,8° K. L'énergie est de 29

MeV/n. Avec cette machine on a accéléré des ions U à 6 MeV/n. Des machines similaires sont en construction ailleurs.

La mise au point de cavités résonnantes supraconductrices se poursuit un peu partout:

- au laboratoire DESY à Hambourg, 16 cavités à 500 MHz pour le collisionneur HERA sont installées et en opération;

- au CERN (1986), pour l'installation dans le collisionneur LEP, une cavité monocellulaire en tôles de niobium soudées a permis un gain de 6 MeV/m, la fréquence utilisée étant de 0,35 GHz, la température de 4,2° K et le facteur Q atteint de 4.10^9. Une autre technique a été mise au point: une couche de niobium est déposée sur du cuivre. En 2000, avec 288 cavités, on a atteint 104 GeV. LEP étant désormais arrêté, plusieurs projets sont en discussion pour en réutiliser les cavités. Citons notamment le SPL, accélérateur linéaire de H^- de 2,2 GeV, qui remplacerait la chaîne d'injecteurs du PS.

- au Laboratoire KEK (Japon) 32 cavités sont en opération (5 cellules, 500 MHz)

- à Cornell (USA), Wuppertal (RFA) et DESY (RFA), cavités monocellulaires à 1,3 GHz et 3 GHz, 25 MV/m (en préparation pour le collisionneur linéaire TESLA).

CHAPITRE IV

THEORIE DES ACCELERATEURS CIRCULAIRES

1. Introduction

Dans les accélérateurs circulaires, la trajectoire de référence est courbée par un champ magnétique. Lorsque celui-ci est indépendant du temps, la trajectoire de la particule est une spirale et l'accélérateur circulaire sera, par définition, un ***cyclotron***. Lorsque le champ dépend du temps, on peut s'arranger pour que la trajectoire soit un cercle et l'accélérateur portera le nom de ***synchrotron***.

La particule passe plus de temps dans un accélérateur circulaire que dans un linéaire (environ 1 seconde, à comparer à 10 μs). La puissance instantanée de la haute fréquence diminuera. Le système d'accélération est ainsi mieux utilisé puisque la particule passera de nombreuses fois dans la même fente d'accélération.

Un système d'accélération moins coûteux est donc un premier avantage des accélérateurs circulaires. Un moindre encombrement de l'accélérateur, pour une énergie donnée, en est un autre. Parmi les désavantages par rapport aux linéaires, relevons les complications et le coût du système d'électro-aimants pour le guidage, les difficultés liées à l'injection et surtout à l'extraction, la perte d'énergie par rayonnement lors de l'accélération d'électrons.

L'équation vectorielle de mouvement pour une particule s'écrit

$$\frac{d\,\bar{p}}{dt} = q\,(\bar{E} + \bar{v} \times \bar{B}) \qquad (4.1)$$

où $\bar{p} = m\,\bar{v}$ est le vecteur impulsion de la particule

$\bar{v}$, $m(v)$ en sont la vitesse et la masse en mouvement

q en est la charge électrique

$\bar{E}$, $\bar{B}$ sont le champ électrique et l'induction magnétique

Pour un ion, $q = Qe$ où Q est l'état de charge de l'ion et e la charge unitaire. De cette équation, nous déduirons des formules pour la particule de référence, les petits mouvements de la particule réelle autour de celle-ci ainsi que les conditions de stabilité.

Notons que les autres particules et la paroi de la chambre à vide, contribuent à la valeur du champ électrique $\bar{E}$ et de l'induction $\bar{B}$.

2. Particule de référence

Introduction

Nous admettrons - c'est le cas dans la pratique - que dans tout accélérateur circulaire, il existe un plan en tout point duquel le champ magnétique lui est perpendiculaire. C'est, par définition, le ***plan médian***. On peut montrer que dans un tel plan, à chaque valeur de l'impulsion, correspond une orbite ***fermée*** que la particule décrit lorsqu'elle est injectée correctement. C'est l'orbite d'équilibre ou de référence correspondant à l'impulsion considérée.

En cours d'accélération, l'énergie de la particule s'accroît grâce à un ***champ électrique*** tangent à l'orbite de référence. En pratique, cette augmentation est toujours suffisamment lente pour qu'on puisse admettre que l'énergie varie peu au cours d'une révolution. L'orbite d'une particule dont l'énergie augmente sera donc quasi-fermée après une révolution. Elle se déforme adiabatiquement lorsque l'énergie augmente.

Relation $p = qB\rho$

Projetons sur les axes du trièdre dextrogyre (x,z,s) de la figure IV.1, l'équation vectorielle (4.1).

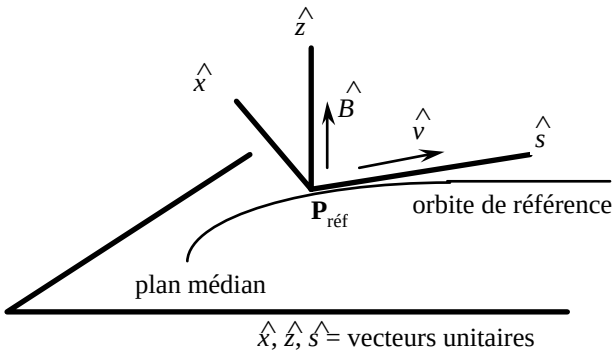


Fig. IV.1

On obtient le long de l'orbite fermée

$$\frac{dp}{dt} \cdot \hat{s} + p \cdot \frac{d\hat{s}}{dt} = qE \cdot \hat{s} - qvB \cdot \hat{x}$$

comme $\frac{d\hat{s}}{dt} = -\frac{d\alpha}{dt} \cdot \hat{x} = -\frac{d\alpha}{ds} \cdot \frac{ds}{dt} \cdot \hat{x} = -\frac{v}{\rho} \cdot \hat{x}$ on obtient les deux équations suivantes:

$$\frac{dp}{dt} = qE \tag{4.2}$$

$$p = qB\rho \tag{4.3}$$

Dans cette dernière, B et ρ sont des valeurs locales. On peut passer aux valeurs moyennes sur l'orbite en remplaçant ρ par $\frac{ds}{d\alpha}$ et en intégrant, sur un tour, les deux membres de l'équation (4.3) . On trouve successivement:

$$p\, d\alpha = qB\, ds$$

$$p_m \; 2\pi = q\, B_m \; 2\pi r$$

En utilisant le fait que p reste pratiquement constant au cours d'une révolution, on aura:

$$p = q\, B_m \; r \tag{4.4}$$

B_m est, par définition, le champ moyen sur l'orbite et r le rayon moyen.

Energie

L'énergie de la particule s'obtient en partant de

$$(pc)^2 = W^2 - W_r^2$$

ou, en utilisant (4.4)

$$W^2 = (qcB_m r)^2 + W_r^2 \tag{4.5}$$

On en tire les conclusions suivantes:

a) l'énergie finale dans un accélérateur circulaire, pour une particule donnée, ne dépendra que de la valeur finale du produit $B_m \cdot r$;

b) le champ magnétique ne dépendant pas du temps dans un cyclotron, le rayon r augmentera avec l'énergie et la trajectoire de référence sera une spirale;

c) r étant constant (r=R) dans un synchrotron, $B_m r$ devra augmenter avec l'énergie et l'énergie finale sera atteinte pour la valeur de B_m en fin d'accélération.

Dans un synchrotron de haute énergie de rayon R, l'énergie finale prend une forme simple. En effet, puisque $W >> W_r$

$$W \approx 300Q \; B_m \; R$$

W est en MeV si B est en teslas et R en mètres. Le rayon d'un synchrotron à protons de 300 GeV sera par exemple de 1 km si le champ moyen est de 1 Tesla en fin d'accélération.

Dans le cas d'un ion, on peut mettre la formule (4.5) sous une autre forme. On a d'abord:

$$K\ (K + 2W_r) = (q\ c\ B_m\ r)^2 \tag{4.6}$$

puisque $K=W-W_r$. En introduisant la masse atomique A et l'état de charge Q de l'ion, cette formule (4.6) devient, puisque $W_r = AW_0$ et $q = Qe$:

$$\frac{K}{A}\left(\frac{K}{A} + 2W_0\right) \approx \left(\frac{Q}{A}\right)^2 (300 B_m r)^2 \tag{4.7}$$

L'énergie d'un ion est, le plus souvent, donné sous forme de son énergie cinétique par nucléon K/A. Dans un cyclotron, en général, $K/A << 2W_0$ et la formule (4.7) s'écrira

$$\frac{K}{A} \approx 48\left(\frac{Q}{A}\right)^2 (B_m\ r)^2 \tag{4.8}$$

avec toujours les énergies en MeV, les rayons en mètres et les champs magnétiques en Teslas.

Gain d'énergie par tour

Le gain d'énergie par tour δW s'obtient en différentiant (4.5) .

$$2W \cdot \delta W = 2(qcB_m\ r)qc \cdot (r \cdot \delta B_m + B_m \cdot \delta r) \tag{4.9}$$

donc

$$\delta K = \delta W = \frac{W^2 - W_r^2}{W} \cdot \left(\frac{\delta B_m}{B_m} + \frac{\delta r}{r}\right) \tag{4.10}$$

Remarquons que

$$(qcB_m\ r) \cdot qc = pc \cdot qc = qc^2 \cdot mv = qW \cdot \frac{2\pi r}{\delta t}$$

car $v = \dfrac{2\pi r}{\delta t}$, δt étant le temps de révolution de la particule.

La formule (4.9) devient:

$$\delta K = 2\pi q r \cdot (r\ \dot{B}_m + B_m\ \dot{r}) \tag{4.11}$$

Dans le cas du ***cyclotron***, le champ ne dépend pas du temps . Si, de plus, la variation du champ est négligeable d'une spire à l'autre (champ quasi-uniforme), la relation entre le gain d'énergie par tour et le pas de la spirale de référence sera tiré de (4.10). On obtiendra

$$\delta K = \frac{W^2 - W_r^2}{W} \cdot \frac{\delta r}{r} = K\ \frac{K + 2W_r}{K + W_r} \cdot \frac{\delta r}{r}$$

Comme souvent $K << W_r$ dans un cyclotron, la relation se simplifie en

$$\frac{\delta K}{K} \approx 2\frac{\delta r}{r}$$

Par exemple, le rayon de la trajectoire d'un proton de 5 MeV gagnant 20 keV par tour augmentera de 0,2% après une révolution. Le pas de la spirale sera donc faible et l'orbite de référence sera bien quasi-fermée après un tour (justifiant à posteriori l'hypothèse qui avait été faite).

Dans le cas du ***synchrotron*** $r = R$ et $\dot{r} = 0$. La formule (4.11) s'écrit:

$$\delta K = 2\pi q R^2 \cdot \dot{B}_m \qquad (4.12)$$

Donc, pour un synchrotron, un gain d'énergie constant par tour exige une montée linéaire du champ magnétique sur l'orbite. On a aussi:

$$\delta K = q \cdot V_{rf} \cdot \sin \Phi_s$$

si V_{rf} est la tension d'accélération et Φ_s la phase stable. La connaissance de δK et le choix d'une phase stable (donc, comme nous le verrons, du taux de capture), nous permettra de calculer la tension équivalente V_{rf} nécessaire par tour.

Fréquence de révolution

La fréquence de révolution de la particule de référence est une donnée importante, puisque la haute fréquence du système d'accélération est un multiple h de cette fréquence. Le choix de la valeur de ce ***" nombre harmonique "*** h sera le résultat de considérations technologiques.

La relation entre la fréquence de révolution et le champ magnétique moyen sur l'orbite s'obtient facilement en partant de la relation $v = \frac{2\pi r}{\delta t}$. On a, en effet:

$$f = \frac{1}{\delta t} = \frac{v}{2\pi r} = \frac{mvc^2}{(2\pi r m c^2)} = \frac{c}{2\pi r} \cdot \frac{pc}{W}$$

En utilisant les relations

$$W^2 = (pc)^2 + W_r^2 \qquad \text{et} \qquad pc = qcB_m r$$

on obtient:

$$f = \frac{f_0 . B_m}{\sqrt{B_m^2 + B_0^2}} \qquad (4.13)$$

où $B_0 = W_r/(qcr)$ et $f_0 = c/(2\pi r)$

Remarquons que B_0 est une constante dans le cas d'un synchrotron (r=R) et que f_0 est la fréquence de révolution de la particule lorsque son énergie devient grande (v=c) par rapport à son énergie au repos.

Résumé

Les quelques formules précédentes permettent déjà de déterminer les principaux paramètres d'un accélérateur circulaire. Considérons le cas d'un synchrotron à protons. Supposons que soient imposées l'énergie finale W et les caractéristiques du champ magnétique de guidage, c'est-à-dire les valeurs du champ moyen à l'injection et à la fin de l'accélération, ainsi que son gradient $\dot{B}_m$.

On obtient:

a) le rayon R de l'accélérateur en introduisant les valeurs finales de l'énergie et du champ moyen dans la formule (4.5); ceci fixe le prix du génie civil;

b) l'énergie d'injection de la particule à partir de la même formule, en remplaçant le champ moyen par sa valeur à l'injection; ceci permet de déterminer le type d'injecteur à utiliser;

c) le gain d'énergie par tour à partir de la formule (4.12), donc V_{rf} pour un Φ_s donné;

d) la loi que suivra la fréquence de révolution en fonction du champ moyen, à partir de la formule (4.13) où r=R. La fréquence d'accélération sera un multiple h de cette fréquence de révolution. Donc c) et d) fixeront le système d'accélération.

On peut donc, par des calculs extrêmement simples, fixer les principales caractéristiques d'un synchrotron et en tirer une première estimation du coût.

3. Particule réelle et hypothèses (oscillations transversales)

La particule réelle, si certaines conditions de stabilité sont satisfaites, effectuera des oscillations (transversales et longitudinales) autour de la particule de référence. Considérons d'abord les oscillations transversales.

La théorie des petits mouvements autour de la particule de référence se base sur un certain nombre d'hypothèses que nous allons d'abord passer en revue.

Nous avons déjà supposé que la particule de référence se déplace dans un plan médian, c'est-à-dire dans un plan en tout point duquel le champ magnétique lui est perpendiculaire. En tout point du plan, le champ sera donc donné par $\overline{B} = B \cdot \hat{z}$ où $\hat{z}$ est le vecteur unitaire perpendiculaire au plan. L'orbite de référence est dans le plan médian.

Définissons le trièdre de référence.

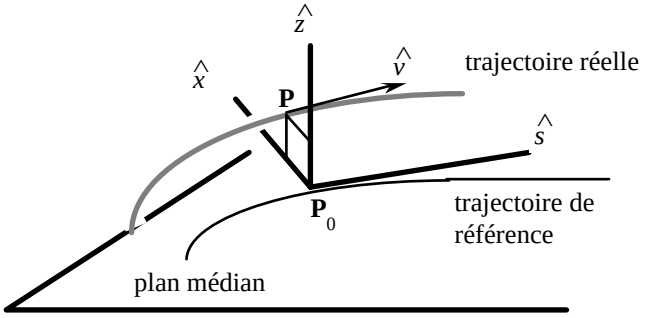


Fig. IV.2: Trièdre de référence

Comme le montre la figure IV.2, nous prendrons un trièdre (x,z,s) attaché à l'orbite de référence au point P_0, projection de la particule réelle P sur l'orbite (P_0 n'est donc pas la particule de référence). L'axe s est dirigé suivant la tangente à l'orbite de référence, dans le sens du mouvement. L'axe z est perpendiculaire au plan médian. L'axe x est dirigé suivant la normale à l'orbite de référence et il est donc dans le plan médian. Le trièdre (x,z,s) est dextrogyre et le plan (x,z) contient la particule réelle. La vitesse $\overline{v}$ de celle-ci n'est pas nécessairement parallèle à l'axe s. Les vecteurs unitaires suivant les axes sont $\hat{x}, \hat{z}, \hat{s}$.

Nous supposerons en outre:

1) que le plan (x,z) contient les lignes de force magnétique, ce qui revient à supposer $B_s \equiv 0$ en tout point de l'espace considéré pour les petits mouvements; physiquement cela revient à supposer que le changement de profil des pièces polaires ne se fait que dans des zones dont la longueur additionnelle est faible vis-à-vis de la longueur de l'orbite (c'est le cas en pratique);
2) que les amplitudes des oscillations transversales sont petites par rapport à la longueur d'onde de ces oscillations, c'est-à-dire

$$v \approx v_s \qquad v_x, v_z << v_s \qquad \rho \approx \rho_0 + x$$

3) que les mouvements sont petits, ce qui revient à négliger les termes du second ordre et d'ordre supérieur dans les développements en x et z;
4) que l'intensité du faisceau est suffisamment faible pour que l'on puisse négliger les effets induits par la charge d'espace et par la proximité des parois de la chambre à vide.
5) que l'énergie de la particule croît lentement par rapport à la période des oscillations transversales et à la durée de révolution;
6) qu'il y a un très grand nombre d'oscillations transversales au cours d'une seule oscillation longitudinale (plusieurs milliers par exemple).

Quelques commentaires sur ces hypothèses: 1) se vérifie en pratique; 2),5),6) à posteriori; 3),4) sont des limites de la théorie.

L'étude théorique qui va suivre, basée sur les hypothèses qui précèdent, conduira aux conditions de stabilité et au calcul des amplitudes des oscillations. On en tirera les dimensions de la chambre à vide pour un faisceau d'émittance donnée. En revanche, rien ne pourra être dit sur les limites qu'imposeront à l'intensité du faisceau les effets liés à la charge d'espace et à la proximité des parois de la chambre (hypothèse 4). Il faut une autre théorie.

4. Equations des oscillations bétatroniques

On a supposé que l'énergie de la particule varie lentement par rapport à la période des oscillations transversales. On peut donc admettre, que pour un nombre limité d'oscillations transversales, l'énergie reste constante et qu'on peut donc négliger le champ électrique $\bar{E}$ pendant l'intervalle de temps considéré (donc aussi m et v constant pendant ce temps). L'équation vectorielle (4.1) s'écrit, dans ce cas:

$$\frac{d\,\bar{p}}{d\,t} = q\ \bar{v} \times \bar{B}$$

Nous projetterons l'équation vectorielle sur les axes x,z et introduirons les hypothèses relatives aux petits mouvements. Une autre méthode consisterait à utiliser l'hamiltonien et les équations canoniques. Elle n'est pas moins longue et il faut faire les mêmes hypothèses.

On a

$$\bar{p} = p_x \cdot \hat{x} + p_z \cdot \hat{z} + p_s \cdot \hat{s}$$

$$\frac{d\,\bar{p}}{d\,t} = \frac{dp_x}{d\,t} \cdot \hat{x} + \frac{dp_z}{d\,t} \cdot \hat{z} + \frac{dp_s}{d\,t} \cdot \hat{s} + p_s \cdot \frac{d\,\hat{s}}{d\,t} + p_z \cdot \frac{d\,\hat{z}}{d\,t} + p_x \cdot \frac{d\,\hat{x}}{d\,t}$$

Comme

$$\frac{d\hat{z}}{dt} = 0 \text{ (puisque } \hat{z} \text{ est perpendiculaire au plan médian)}$$

$$\frac{d\,\hat{s}}{dt} = -\frac{d\,\alpha}{dt} \cdot \hat{x} = -\frac{d\,\alpha}{ds} \cdot \frac{ds}{dt} \cdot \hat{x} = -\frac{v}{\rho} \cdot \hat{x}$$

$$\frac{d\,\hat{x}}{dt} = \frac{v}{\rho} \cdot \hat{s}$$

on a $$\frac{d\bar{p}}{dt} = \left(\frac{dp_x}{dt} - \frac{p_s v}{\rho}\right) . \hat{x} + \frac{dp_z}{dt} \cdot \hat{z} + (..) \cdot \hat{s}$$

Changeons de variable, en passant du temps t à la distance s sur l'orbite réelle. On a, puisque v est constant :

On pose
$$\frac{d}{dt} = \frac{d}{ds}.v \quad ; \quad \frac{d^2}{dt^2} = \frac{d^2}{ds^2}.v^2$$

$$\frac{dx}{ds} = x' \quad ; \quad \frac{d^2x}{ds^2} = x''$$

Comme m est constant: $\frac{dp_x}{dt} = m\,.\ddot{x} = m\,.v^2.x''$, etc...

Donc:
$$\frac{d\bar{p}}{dt} = (m.v^2.x'' - m.v_s.\frac{v}{\rho})\hat{x} + (m.v^2.z'')\hat{z} + ...\hat{s}$$

Le second membre de l'équation s'écrit, puisque $B_s = 0$:

$$q\,\bar{v} \times \bar{B} = q\begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{z} & \hat{s} \\ v_x & v_z & v_s \\ B_x & B_z & 0 \end{vmatrix} = -qv_sB_z\,\hat{x} + qv_sB_x\,\hat{z} + q(\ldots)\hat{s}$$

Les projections de l'équation vectorielle sur x, z s'écrivent donc:

$$mv^2x'' - mv_s\frac{v}{\rho} = -qv_sB_z$$
$$mv^2z'' = qv_sB_x$$

Puisque $v_s \approx v$ et $p = mv$ ces équations s'écrivent

$$x'' - \frac{1}{\rho} + q\frac{B_z}{p} = 0$$

(4.14)

$$z'' - q\frac{B_x}{p} = 0$$

où ρ, p, B_z, B_x sont pris au point réel P.
Il faut maintenant les exprimer en fonction des valeurs en P_o.
Puisque $B_s = 0$ partout on a $\bar{B} = B_x\,\hat{x} + B_z\,\hat{z}$. Développons $B_x(x,z,s)$ et $B_z(x,z,s)$ dans le plan (x,z) où se trouve P autour de P_o, en se limitant aux termes du premier degré. On obtient:

$$B_x = B_{x0} + B_{xx}\,x + B_{xz}\,z$$
$$B_z = B_{z0} + B_{zx}\,x + B_{zz}\,z$$

où $B_{xx} = \left(\frac{\partial B_x}{\partial x}\right)_0$, etc... (dérivées prises en P_o)

Dans le plan médian $z = 0$ et $B_x \equiv 0$ donc $B_{x\,0} = B_{xx} = 0$

Les équations de Maxwell imposent les conditions

$$\text{div } \bar{B} = 0 \qquad \text{et} \qquad \text{rot } \bar{B} = 0$$

La première s'écrit $B_{xx} + B_{zz} = 0$ donc $B_{zz} = 0$. La deuxième s'écrit

$$\text{rot } \bar{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{z} & \hat{s} \\ \frac{\partial \ldots}{\partial x} & \frac{\partial \ldots}{\partial z} & \frac{\partial \ldots}{\partial s} \\ B_x & B_z & 0 \end{vmatrix} = 0$$

Les composantes suivant $\hat{x}, \hat{z}, \hat{s}$ seront donc nulles, c'est-à-dire notamment $B_{xz} = B_{zx}$.
Il reste finalement pour $\bar{B}$, en posant $B_{z\,0} = B_0$: $B_x = B_{xx} z$; $B_z = B_0 + B_{zx}\, x$

Les équations (4.14) deviennent

$$x'' - \frac{1}{\rho} + q\,\frac{B_0}{p} + \left(q\,\frac{B_{zx}}{p}\right).x = 0$$

(4.15)

$$z'' - \left(q\,\frac{B_{zx}}{p}\right).z = 0$$

Introduisons l'*indice de champ*, défini par

$$n = -\frac{\rho_0}{B_0}.\left(\frac{\partial B_z}{\partial x}\right)_0 = -\rho_0 \frac{B_{zx}}{B_0}$$

On a $B_{zx} = -n\,\frac{B_0}{\rho_0}$ et $q\,\frac{B_{zx}}{p} = -\left(\frac{n}{\rho_0}\right)\left(q\,\frac{B_0}{p}\right) = -\left(\frac{n}{\rho_0^2}\right)\left(\frac{p_0}{p}\right)$

puisque $p_0 = q\, B_0 \rho_0$.

Les équations (4.15) deviennent

$$x'' - \frac{1}{\rho} + \left(\frac{1}{\rho_0}\right) \cdot \left(\frac{p_0}{p}\right) - \left(\frac{n}{\rho_0^2}\right) \cdot \left(\frac{p_0}{p}\right) \cdot x = 0$$

$$z'' + \left(\frac{n}{\rho_0^2}\right) \cdot \left(\frac{p_0}{p}\right) \cdot z = 0$$

or $\rho \approx \rho_0 + x$ d'où $\frac{1}{\rho} \approx \frac{1}{\rho_0} \cdot \left(1 - \frac{x}{\rho_0}\right)$

et $p \approx p_0 + \Delta p$ d'où $\frac{p_0}{p} \approx 1 - \frac{\Delta p}{p_0}$

Donc

$$x'' - \frac{1}{\rho_0} + \frac{x}{\rho_0^2} + \frac{1}{\rho_0} - \left(\frac{1}{\rho_0}\right)\left(\frac{\Delta p}{p_0}\right) - \left(1 - \frac{\Delta p}{p_0}\right)\left(\frac{n}{\rho_0^2}\right)x = 0$$

$$z'' - \left(1 - \frac{\Delta p}{p_0}\right)\left(\frac{n}{\rho_0^2}\right)z = 0$$

Comme $\frac{\Delta p}{p_0} << 1$ on aura finalement

$$\begin{aligned} x'' + \frac{(1-n)}{\rho_0^2} \cdot x &= \frac{1}{\rho_0} \cdot \frac{\Delta p}{p_0} \\ z'' + \frac{n}{\rho_0^2} \cdot z &= 0 \end{aligned} \tag{4.16}$$

Dans ce cas, les équations des petits mouvements transversaux prennent donc la forme

$$y'' + Ky = D \tag{4.17}$$

avec, pour $y \equiv x$, $K_x = \frac{(1-n)}{\rho^2}$ et $D = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\Delta p}{p}$

pour $y \equiv z$, $K_z = \frac{n}{\rho^2}$ et $D = 0$

et l'indice de champ $n = -\rho \frac{B_{zx}}{B}$

où nous avons laissé tomber l'indice $_0$ (ρ, p, β sont pris en P_0).

Notons que K est fonction de s puisque l'indice de champ n dépend de s. La valeur de l'indice de champ joue un rôle important dans les conditions de stabilité et dans les amplitudes des oscillations transversales. L'interprétation physique de cet indice est bien mis en évidence lorsqu'il est mis sous la forme

$$n \approx -\frac{\frac{\Delta B}{B}}{\frac{x}{\rho}} \qquad \text{puisque} \qquad B_{zx} \approx \frac{\Delta B}{x}$$

L'indice vaut par exemple 0,5 lorsque le champ décroît de 0,5% pour un déplacement suivant $\hat{x}$ de 1% du rayon de courbure.

Cas d'un quadrupôle

Nous n'avons pas utilisé jusqu'à présent l'hypothèse que l'orbite était fermée ou quasi-fermée. Les équations établies sont donc valables pour un transport de faisceau à énergie constante ($\bar{E} = 0$). Appliquons-les, par exemple, aux petits mouvements d'une particule autour de l'axe d'un quadrupôle magnétique. Dans un quadrupôle $\rho_0 = \infty; B_0 = 0$ donc $n = \infty$. On peut écrire en négligeant l'indice $_0$ et se rappelant que $p = qB\rho$

$$\frac{(1-n)}{\rho^2} = \frac{-n}{\rho^2} = \left(\frac{1}{\rho}\right)\cdot\left(\frac{-n}{\rho}\right) = \left(\frac{qB}{p}\right)\cdot\left(\frac{B_{zx}}{B}\right) = \frac{qB_{zx}}{p} = \frac{qk}{p}$$

Le coefficient $k = B_{zx}$ est appelé "force du quadrupôle" et les équations des petits mouvements transversaux dans un quadrupôle s'écrivent

$$x'' + \left(\frac{qk}{p}\right)x = 0$$
$$z'' - \left(\frac{qk}{p}\right)z = 0$$

On voit immédiatement qu'un quadrupôle ne peut focaliser que dans une seule direction à la fois, dans le plan horizontal si k est positif ou dans le plan vertical si k est négatif.

5. Equations de Hill et solutions de Floquet

La solution générale de l'équation (4.17) est celle de l'équation sans second membre, à laquelle il faut ajouter une solution particulière de l'équation avec second membre.

Il suffit donc de rechercher la solution générale de

$$y'' + Ky = 0 \tag{4.18}$$

Elle peut se mettre sous la forme

$$y = \sqrt{\beta(s)}\left[C_1 \cos \nu\phi + C_2 \sin \nu\phi\right] \tag{4.19}$$

avec

$$\nu\phi = \int \frac{1}{\beta} \cdot ds \tag{4.20}$$

C_1, C_2 et ν étant des constantes arbitraires.
La démonstration consiste à introduire (4.19) dans (4.18).
On trouve que $\beta(s)$ doit satisfaire à

$$\frac{1}{2}\beta\beta'' - \frac{1}{4}\beta'^2 + K(s)\beta^2 = 1 \tag{4.21}$$

Remarquons que β peut être imaginaire, comme le montre le cas où K est constant et négatif. L'argument $\nu\phi$ n'est donc pas toujours réel et la solution (4.19) peut comporter des *sh* et des *ch*. Il n'est donc pas évident que $y(s)$ soit borné : pour qu'il le soit $n(s)$ devra satisfaire à certaines conditions. Ce sont les conditions de stabilité. Nous les établirons ultérieurement.

Si l'orbite est fermée (quasi-fermée), la fonction K(s) est évidemment périodique. L'équation (4.18) devient une équation de ***Hill*** et les solutions sont dites de ***Floquet*** . Les oscillations correspondantes sont appelées ***bétatroniques*** du nom du Bétatron. Nous supposerons que l'orbite présente N périodes de longueur L . On aura donc les relations

$$K(s+L) = K(s) \qquad \beta(s+L) = \beta(s) \qquad C = NL = 2\pi r$$

C étant la longueur de l'orbite et r son rayon moyen. Nous fixerons ν par la condition

$$\left[\nu\phi\right]_s^{s+C} = 2\pi\nu$$

Avec cette convention, l'argument $\nu\phi$ varie de $2\pi\nu$ lorsque la particule effectue un tour sur l'orbite fermée. Pour une particule stable, le nombre ν correspond donc au nombre d'oscillations par tour. Ce nombre ν est appelé ***nombre d'ondes*** (on utilise parfois la notation Q). Il y a deux nombres d'ondes ν_x et ν_z correspondant respectivement aux oscillations horizontales et verticales. En introduisant la valeur moyenne $< >$, on obtient

$$\nu = r \cdot < \frac{1}{\beta} >$$

car $\quad 2\pi\nu = \int_s^{s+C} \frac{ds}{\beta} = 2\pi r < \frac{1}{\beta} > .$

Souvent, les fluctuations de β autour de sa valeur moyenne sont faibles. Dans ce cas $< \frac{1}{\beta} > \approx \frac{1}{< \beta >}$ et on a l'approximation

$$\nu \approx \frac{r}{< \beta >} \tag{4.22}$$

Cas d'un champ indépendant de s

Considérons le cas où la configuration magnétique ne change pas lorsqu'on se déplace sur l'orbite fermée. Le champ $\overline{B}$ est donc indépendant de s. La relation $p = q\,B\,\rho$ nous indique que le rayon de courbure ρ ne dépendra pas de s et sera égal au rayon moyen r. Puisque B et ρ ne dépendent pas de s l'indice de champ n ne dépendra pas de s non plus. Les coefficients *K(s)* s'écrivent dans ce cas

$$K_x = \frac{(1-n)}{r^2} \qquad\qquad K_z = \frac{n}{r^2}$$

Ils sont indépendants de s et les solutions de (4.18) sont

$$x = C_1 \cos\left(\frac{\sqrt{1-n}}{r}\right) s + C_2 \sin\left(\frac{\sqrt{1-n}}{r}\right) s$$
$$z = C_1 \cos\left(\frac{\sqrt{n}}{r}\right) s + C_2 \sin\left(\frac{\sqrt{n}}{r}\right) s$$

On en tire les conclusions suivantes:

a) la condition de stabilité se réduit à $0 < n < 1$, l'indice de champ doit donc être compris entre 0 et 1 pour assurer la stabilité horizontale (n<1) et verticale (n>0);

b) la fonction β est constante et vaut, puisque $\beta = \frac{1}{\sqrt{K}}$,

$$\beta_x = \frac{r}{\sqrt{1-n}} \qquad\qquad \beta_z = \frac{r}{\sqrt{n}}$$

c) le nombre d'ondes s'obtient à partir de $\nu = r < \frac{1}{\beta} >$ donc

$$\nu_x = \sqrt{1-n} \qquad\qquad \nu_z = \sqrt{n}$$

On remarquera que $\nu < 1$ et qu'il faudra donc plus d'un tour pour effectuer une oscillation transversale complète.

Le cas $\overline{B}$ indépendant de s est typique des synchrocyclotrons et des synchrotrons à focalisation faible (si l'on néglige, pour ces derniers, les sections droites entre électro-aimants). C'est donc un cas de figure important.

6. Matrice de transfert

L'équation différentielle donnant β est rarement intégrable. Nous verrons qu'il est plus commode de rechercher la valeur de la ***matrice de transfert*** M permettant de calculer les valeurs y , y' en s à partir des conditions initiales y , y'_i en s_i. Nous pouvons toujours écrire

$$\begin{pmatrix} y \\ y' \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} y_i \\ y'_i \end{pmatrix}$$

Il est facile de montrer que la matrice M vaut

$$M = \begin{pmatrix} y_1 & y_2 \\ y'_1 & y'_2 \end{pmatrix}$$

où $y_1(s)$ et $y_2(s)$ sont des solutions particulières de $y'' + Ky = 0$
$y_1(s)$ est la solution particulière pour $(1,0)$ en $s = s_i$
$y_2(s)$ est la solution particulière pour $(0,1)$ en $s = s_i$

En effet $y(s)$ est bien solution de l'équation puisqu'elle est une combinaison linéaire de deux solutions particulières et que l'équation est linéaire. D'autre part les conditions initiales (y_i, y_i') sont bien remplies puisque la matrice M est unitaire pour $s = s_i$.

On va vérifier que les solutions particulières $y_1(s)$ et $y_2(s)$ sont données par

$$y_1(s) = \sqrt{\frac{\beta}{\beta_i}} \cdot \left[-\frac{1}{2}\beta_i' \sin \nu\phi + \cos \nu\phi \right]$$

$$y_2(s) = \beta_i \cdot \sqrt{\frac{\beta}{\beta_i}} \cdot \sin \nu\phi$$

où $\beta_i = \beta(s_i)$ et $\beta'_i = \beta'(s_i)$ sont des constantes. En différenciant ces valeurs de y_1 et y_2, on trouve:

$$y'_1(s) = -\frac{1}{4\beta_i}\cdot\beta_i'^{\,2}\cdot\frac{1}{\sqrt{\frac{\beta}{\beta_i}}}\cdot\frac{\beta'}{\beta_i'}\cdot\sin\ \nu\phi\ -\frac{1}{2\beta_i}\cdot\beta_i'\cdot\frac{1}{\sqrt{\frac{\beta}{\beta_i}}}\cdot\cos\ \nu\phi$$

$$-\frac{1}{\beta_i}\cdot\frac{1}{\sqrt{\frac{\beta}{\beta_i}}}\cdot\sin\ \nu\phi\ +\frac{1}{2\beta_i}\cdot\beta_i'\cdot\frac{1}{\sqrt{\frac{\beta}{\beta_i}}}\cdot\frac{\beta'}{\beta_i'}\cdot\cos\ \nu\phi$$

$$y'_2(s) = \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{\frac{\beta}{\beta_i}}}\cdot\beta'\cdot\sin\ \nu\phi + \frac{1}{\sqrt{\frac{\beta}{\beta_i}}}\cdot\cos\ \nu\phi$$

Les fonctions $y_1(s)$ et $y_2(s)$ sont bien solutions de l'équation $y''+Ky=0$ puisqu'elles sont de la forme (4.19). On vérifie aussi que les conditions initiales $y_1=1$, $y'_1=0$ et $y_2=0$, $y'_2=1$ sont remplies pour $s = s_i$

Remarquons en passant que la matrice de transfert ci-dessus est aussi valable pour un transport de faisceau car nous n'avons pas encore utilisé le fait que $K(s)$ est périodique. Notons aussi que $|M(s)| = 1$ car la dérivée de $|M(s)|$ est nulle et le déterminant est égal à 1 pour $s = s_i$

Matrice pour une période

Considérons maintenant le cas des accélérateurs circulaires. La trajectoire de référence est fermée (ou quasi-fermée) et la fonction $K(s)$ est périodique. Nous avons supposé qu'il y avait, le long de l'orbite fermée, N périodes de longueur L . Nous verrons que dans une machine réelle, la période est composée d'une succession de sections dans lesquelles $\overline{B}$ est indépendant de s . Dans une section de ce type, nous avons vu que la solution $y(s)$ est immédiate et que la matrice de transfert correspondante s'établit facilement. La matrice de la période s'obtiendra en multipliant dans l'ordre voulu les matrices des sections composant la période. Ceci explique l'intérêt de la méthode matricielle.

Remarquons que les expressions des solutions particulières y_1 , y_2 et de leurs dérivées se simplifient considérablement dans le cas d'une matrice relative à une période. En effet, à l'extrémité de la période $s=s_i+L$ et l'on a

$$\beta(s_i + L) = \beta(s_i) = \beta_i$$
$$\beta'(s_i + L) = \beta'(s_i) = \beta_i'$$

Introduisons $\beta=\beta_i$ et $\beta'=\beta'_i$ dans y_1 , y_2 , y'_1 , y'_2 et laissons tomber l'indice $_i$. On obtiendra:

$$y_1 = -\frac{1}{2}\beta' \cdot \sin \nu\phi + \cos \nu\phi$$
$$y_2 = \beta \cdot \sin \nu\phi$$
$$y'_1 = -\frac{1}{\beta} \cdot (1 + \frac{\beta'^2}{4}) \cdot \sin \nu\phi$$
$$y'_2 = \frac{1}{2}\beta' \cdot \sin \nu\phi + \cos \nu\phi$$

$$\text{où} \quad \nu\phi = \int_s^{s+L} \frac{1}{\beta} \cdot ds$$

Comme les 4 valeurs ci-dessus sont les éléments de la matrice de transfert, on aura pour la matrice M de la période L l'expression

$$M = \begin{pmatrix} \cos\mu + \alpha \sin\mu & \beta \sin\mu \\ -\gamma \sin\mu & \cos\mu - \alpha \sin\mu \end{pmatrix} \qquad (4.23)$$

où l'on a posé

$$\mu = \nu\phi$$
$$\alpha = -\frac{1}{2}\beta'$$
$$\gamma = \frac{1}{\beta} \cdot (1 + \frac{\beta'^2}{4})$$

On vérifie que $\beta\gamma - \alpha^2 = 1$

L'argument $\mu = \nu\phi$ est ici relatif à une période. Rappelons que ν avait été choisi en fixant à $2\pi\nu$ la variation de l'argument après un tour, soit après N périodes. Puisque μ est la variation de $\nu\phi$ après une période, on aura

$$2\pi\nu = N \cdot \nu\phi = N\mu$$

c'est-à-dire
$$\mu = \frac{2\pi\nu}{N} \qquad (4.24)$$

μ est donc directement lié au nombre d'onde ν

Remarquons que si le début de la période est un point de symétrie pour $\beta(s)$ la matrice M se simplifie et devient

$$M = \begin{pmatrix} \cos\mu & \beta \sin\mu \\ -\frac{1}{\beta} \sin\mu & \cos\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

car $\alpha=0$ et $\gamma=1/\beta$ puisque $\beta'=0$. Dans ce cas, la valeur de $\beta(s)$ aux extrémités de la période pourra facilement être obtenue à partir des éléments de la matrice puisque $\beta^2 = -b/c$

7. Stabilité transversale

La matrice de transfert M de la période peut s'écrire

$$M = I \cos\mu + J \sin\mu$$

avec $$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad J = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ -\gamma & -\alpha \end{pmatrix}$$

on vérifie que $|I| = |J| = 1$

On peut montrer que la matrice correspondante à k périodes vaut

$$M^k = I \cos k\mu + J \sin k\mu$$

Pour que l'amplitude des oscillations reste bornée il faut que

$$-1 < \cos\mu < +1 \qquad (4.25)$$

En effet, dans ce cas, μ sera réel, donc aussi ν car $N\mu = 2\pi\nu$, et ϕ car $N\nu\phi = 2\pi\nu$, donc β car $\int \frac{1}{\beta} ds = \phi$.

Comme β est borné au cours d'une période il en sera de même pour les éléments de J, car α et γ ne dépendent que de β . Les éléments de M^k seront donc ***réels et bornés*** quel que soit k puisque la matrice M^k ne dépend en fin de compte que des valeurs de la fonction β au cours d'une période. Au cours du mouvement, les valeurs de y , y' resteront donc bornées.

On remarquera que $\cos\mu$ est la demi-trace de la matrice M . Il y a en réalité deux matrices, une pour le mouvement horizontal et une autre pour le mouvement vertical. La condition de stabilité transversale s'énonce donc de la façon suivante:

> *Pour qu'il y ait stabilité transversale, il faut que les demi-traces des matrices de transfert horizontale et verticale, correspondant à une période, soient comprises entre -1 et +1 .*

Il y aura donc deux conditions de stabilité soit quatre inégalités à satisfaire. Puisque la matrice de la période et donc les valeurs de μ_x et μ_z sont fonctions des indices de champ dans les différentes sections de la période, on déduira finalement de ces inégalités des domaines pour ces indices où la stabilité transversale est assurée. Nous verrons plus loin des exemples concrets.

8. Plan de phase transversal. Emittance et Acceptance

Invariant

Il y a en réalité deux plans de phase transversaux, l'un *(x,x')* pour le mouvement horizontal, l'autre *(z,z')* pour le mouvement vertical. Ce qui suit s'applique à l'un comme à l'autre.

On peut montrer que y et y' sont liés par l'invariant

$$R(s) = \gamma y^2 + 2\alpha y y' + \beta y'^2 = R_0 \qquad (4.26)$$

où R_0 est constant et où $\beta(s)$ est la fonction amplitude, α et γ lui étant liés. En effet, on montre que la dérivée de R par rapport à s est nulle si l'on tient compte de l'équation $y''+Ky=0$ et de l'équation différentielle (4.21) concernant β. La relation $R(s)= R_0$ est une ellipse dans le plan de phase et la géométrie analytique nous dit que sa surface est πR_0. La valeur R_0 s'obtient en introduisant les valeurs initiales y_0, y'_0 pour $s=s_0$ dans la relation. Le point représentatif y, y' va donc partir de y_0, y'_0 et se déplacer sur l'ellipse définie par $R(s) = R_0$; les valeurs de β_0 et β'_0 sont connues au départ, donc aussi α_0 et γ_0. Cette ellipse se déformera au cours du mouvement car α, β, γ sont fonctions de s. En revanche, sa surface πR_0 restera constante.

Emittance

Si les points représentatifs y,y' de 95% des particules du faisceau sont contenus dans l'ellipse de surface πR_0 cette surface sera, par définition, ***l'émittance*** du faisceau (***relative à 95%*** des particules). Il y aura donc une émittance horizontale et une émittance verticale et nous venons de voir qu'elles resteront constantes au cours du mouvement. On choisit parfois un autre pourcentage que 95% pour définir l'émittance, mais cette convention est commode car elle correspond à une déviation de ±2 écarts-types pour une distribution gaussienne.

Remarquons que R(s) est un invariant parce que nous avons supposé $\overline{E} = 0$,autrement dit parce que nous avons supposé que l'énergie, donc l'impulsion de la particule, restait constante au cours du mouvement. C'était l'hypothèse admise pour établir l'équation des petits mouvements transversaux. Si l'énergie varie lentement au cours du mouvement, l'invariant n'est pas *R(s)* mais

$$p.R(s) \quad ou \; \beta\gamma R(s)$$

où $\beta = v/c$ et ici $\gamma = m/M$. C'est le théorème de Liouville.

Enveloppe des trajectoires

La figure IV.3 montre que l'enveloppe des trajectoires (horizontales ou verticales) des particules d'un faisceau d'émittances données n'est autre que l'abscisse y du point B en fonction de s. Il est intéressant de calculer $y_b(s)$ car il nous indique la demi-ouverture nécessaire pour accommoder un faisceau d'émittance donnée.

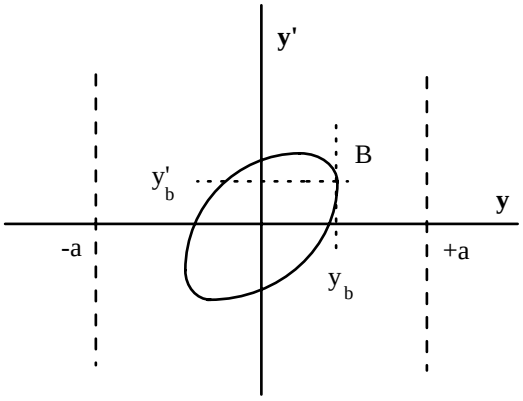


Fig. IV.3: Enveloppe des trajectoires, plan de phase (y ,y')

Au point B le rapport dy/dy' est nul. L'identité

$$dR = \frac{\partial R}{\partial y} \cdot dy + \frac{\partial R}{\partial y'} \cdot dy'$$

donnera

$$\frac{\partial R}{\partial y'} = 2\beta y' + 2\alpha y = 0$$

donc, au point B

$$y'_b = -\frac{\alpha}{\beta} \cdot y_b$$

En introduisant cette valeur de y'_b dans l'expression de R et en se rappelant que $\beta\gamma-\alpha^2=1$, on obtient:

$$R_0 = \frac{y_b^2}{\beta}$$

Comme $\varepsilon=\pi R_0$ est, par définition, l'émittance transversale du faisceau, on en déduira que l'enveloppe du faisceau d'émittance ε sera donné par

$$y_b(s) = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\pi}} \cdot \sqrt{\beta(s)} \qquad (4.27)$$

L'enveloppe est donc proportionnelle à $\sqrt{\beta}$. D'où le nom de "fonction d'amplitude" donnée à β(s) . Notons que la dimension de β est bien celle d'une longueur puisque la dimension de l'émittance est une longueur. Notons aussi qu'il faut diminuer β pour réduire l'enveloppe du faisceau et que les maxima de l'enveloppe correspondent à ceux de β .

Considérons un accélérateur circulaire dans lequel nous injectons un faisceau de particules d'émittance ε_x, ε_z ayant toutes l'impulsion correcte $p=p_0$. Après avoir calculé la valeur maximum de β_x, β_z à partir des matrices de transfert on utilisera la formule (4.27) pour calculer les demi-ouvertures a_x et a_z nécessaires pour accepter les émittances ε_x, ε_z données. On a, en effet,

$$a = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\pi}} \cdot \sqrt{\beta_{\max}} \qquad (4.27a)$$

où $\beta_{\max}$ est la valeur maximum de β(s) .

L'***acceptance*** est, par définition, l'émittance maximum acceptée par la chambre à vide à l'injection. Il y a évidemment une acceptance horizontale et une acceptance verticale. Elles sont égales aux émittances tirées de (4.27a) pour $a=a_x$ et $a=a_z$. Les émittances et les acceptances s'expriment en πmm.mrad (parfois en πm.rad). Une acceptance typique d'un synchrotron est 30πmm.mrad.

Ces questions d'émittance et d'acceptance sont importantes puisque l'intensité du faisceau et les dimensions de la chambre à vide sont fonction des émittances acceptées.

9. Influence de la dispersion d'énergie

Jusqu'à présent, nous avons supposé que l'énergie des particules réelles étaient celle de la particule de référence. Deux causes peuvent entraîner une dispersion d'énergie: une injection au bon moment d'une particules n'ayant pas la bonne énergie, ou l'injection d'une particule de bonne énergie à un mauvais moment (oscillation de phase).

Si l'impulsion d'une particule réelle était $p + \Delta p$ au lieu de p , les petits mouvements de la particule s'effectueraient autour d'une orbite fermée (ou quasi-fermée) légèrement déplacée, celle correspondant à $p + \Delta p$. Il est important de calculer ce déplacement car, outre l'ouverture nécessaire aux oscillations horizontales des particules d'impulsion p , la chambre à vide d'un synchrotron devra prévoir un supplément d'ouverture horizontale pour accommoder les excursions de l'orbite fermée dues à la dispersion d'énergie $\pm \frac{\Delta p}{p}$ des particules contenues dans le faisceau.

Il est toujours possible de définir un coefficient α par la relation

$$\frac{\Delta r}{r} = \alpha \frac{\Delta p}{p}$$

où, comme d'habitude, r est le rayon moyen de l'orbite fermée correspondant à l'impulsion de référence p . Le facteur α est appelé ***facteur de compaction*** (momentum compaction factor).

On utilise le terme de "compaction" car plus α est petit, plus rapprochées seront les orbites pour un $\frac{\Delta p}{p}$ donné.

Comment exprimer α en fonction de paramètres connus? Dans le cas de figure déjà vu, c'est-à-dire le cas où $\overline{B}$ est indépendant de s, la solution est immédiate. En effet ρ =r et l'équation (4.17) s'écrit

$$x'' + \frac{1-n}{r^2} \cdot x = \frac{1}{r} \cdot \frac{\Delta p}{p}$$

et l'on trouve

$$\frac{x}{r} = \frac{\Delta r}{r} = \frac{1}{1-n} \cdot \frac{\Delta p}{p}$$

donc

$$a = \frac{1}{1-n}$$

Comme dans ce cas de figure $\nu_x = \sqrt{1-n}$, on aura aussi

$$\alpha = \frac{1}{\nu_x^2} \qquad (4.28)$$

On peut montrer que ces dernières relations restent valables, en première approximation, lorsque β dépend de s mais ne fluctue pas trop autour de sa valeur moyenne $<\beta>$.

On définit aussi

$$\alpha_p = \alpha r$$

que l'on exprime en général en mètres (α n'a pas de dimensions). Dans ce cas, l'excursion maximum de l'orbite fermée pour une dispersion donnée s'écrira

$$\pm \Delta r = \pm \alpha_p \cdot \frac{\Delta p}{p}$$

A la demi-ouverture horizontale de la chambre nécessaire pour accepter l'émittance horizontale des particules d'impulsion p, il faudra donc ajouter

$$\Delta r \approx \frac{r}{\nu_x^2} \cdot \left(\frac{\Delta p}{p}\right)_{max} \qquad (4.28a)$$

pour tenir compte de l'excursion de l'orbite fermée due à la dispersion d'énergie du faisceau. Le terme $\left(\frac{\Delta p}{p}\right)_{max}$ comprendra deux parties comme nous l'avons laissé entendre: celle due à la dispersion d'énergie des particules à l'injection que nous venons de voir et celle qui sera la conséquence des oscillations de phase que nous allons maintenant examiner. Cette dernière est généralement la plus importante.

10. Equations des oscillations synchrotroniques

Le paragraphe précédent traitait des petits mouvements transversaux autour de la particule de référence. L'énergie de la particule était supposée constante car elle variait peu au cours de la période de temps considérée. Considérons maintenant des périodes plus longues et étudions les oscillations de l'énergie de la particule réelle autour de l'énergie de référence. Ces oscillations en énergie sont aussi appelées longitudinales, synchrotroniques ou de phase car elles se produisent lorsque la particule réelle ne passe pas à la phase de référence ("phase stable") dans les intervalles d'accélération.

La particule de référence ou "particule synchrone" est celle qui passe, avec l'énergie prévue W_s à la phase stable ϕ_s dans les intervalles d'accélération . Elle circule sur l'orbite fermée avec la vitesse angulaire Ω_s et sa durée de révolution est δt_s . A la particule réelle correspondent les valeurs W, ϕ, Ω, et δt . Rappelons que δ marque l'accroissement d'une grandeur après un tour, pour une particule donnée. Nous utiliserons en revanche le symbole Δ pour marquer l'écart avec la valeur de référence, à un instant donné: $\Delta W = W - W_S$ et $\Delta\phi = \phi - \phi_S$.

Posons $w = \dfrac{\Delta W}{W_S}$ et $\varphi = \Delta\phi$

Dans la pratique, les fluctuations de l'énergie sont très petites par rapport à l'énergie elle-même et nous supposerons donc w<<1 . Il n'en est pas de même pour φ. Les grandeurs w et φ sont sans dimensions. La fonction $\varphi(s)$ décrit les oscillations synchrotroniques.

Etablissons maintenant les équations différentielles liant w et φ . Nous supposerons un seul intervalle d'accélération par tour, ce qui n'enlève rien à la généralité du propos car on peut toujours remplacer l'ensemble des stations d'accélérations par une station d'effet équivalent.

Après un tour, on peut écrire

$$\delta(W - W_s) = qV\,[\sin\phi - \sin\phi_s]$$

car q V sinϕ est le gain d'énergie de la particule après un tour.

En pratique, l'énergie de la particule synchrone varie lentement par rapport à la période des oscillations synchrotroniques. Cela permet, en première approximation, d'écrire

$$\delta\left(\frac{\Delta W}{W_s}\right) = \frac{qV}{W_s}\cdot[\sin\phi - \sin\phi_s]$$

Puisque $\delta t = \dfrac{2\pi}{\Omega}$ et $\dot{w} \approx \dfrac{\delta w}{\delta t}$ on aura

$$\dot{w} = \frac{qV\Omega}{2\pi W_s}\cdot[\sin\phi - \sin\phi_s]$$

On néglige un terme du second ordre en supposant $\Omega \approx \Omega_s$. La première équation différentielle s'écrira finalement

$$\dot{w} = \frac{qV\Omega_s}{2\pi W_s} \cdot \left[\sin(\varphi + \phi_s) - \sin\phi_s\right] \qquad (4.30)$$

Pour obtenir la deuxième équation, on part des relations

$$\delta\phi = \Omega_{rf}\,\delta t \qquad\qquad \delta\phi_s = \Omega_{rf}\,\delta t_s$$

Comme la fréquence d'accélération est un multiple h de la fréquence de révolution de la particule synchrone (h est le nombre harmonique) on aura, en tenant compte que $\Omega_s \delta t_s = \Omega \delta t = 2\pi$

$$\delta(\phi - \phi_s) = \Omega_{rf}(\delta t - \delta t_s) = h\Omega_s(\delta t - \delta t_s)$$

$$\dot{\varphi} \approx \frac{\delta\varphi}{\delta t} = h\Omega_s\left(1 - \frac{\delta t_s}{\delta t}\right) = h\Omega_s\left(1 - \frac{\Omega}{\Omega_s}\right)$$

$$\dot{\varphi} = -h\Omega_s \frac{\Delta\Omega}{\Omega_s}$$

Partant de $\Omega r = v = pc^2/W$, on peut établir la formule reliant les variations relatives de Ω à celles de W. On trouvera

$$\frac{\Delta\Omega}{\Omega_s} = -\Gamma_s \cdot \frac{\Delta W}{W_s} = -\Gamma_s \cdot w$$

où

$$\Gamma_s = \frac{\gamma_s^2}{(\gamma_s^2 - 1)} \cdot \left(\alpha - \frac{1}{\gamma_s^2}\right) \qquad (4.31)$$

Le facteur α est le facteur de compaction déjà défini et γ_s est le rapport de la masse en mouvement sur la masse au repos de la particule synchrone (γ_s>1). La deuxième équation s'écrit finalement

$$\dot{\varphi} = h\Gamma_s\,\Omega_s \cdot w \qquad (4.32)$$

Nous laisserons tomber par la suite l'indice $_s$ pour les valeurs de Ω et W. Avec cette simplification dans la notation, le système d'équations différentielles pour les oscillations synchrotroniques devient

$$\dot{w} = \frac{qV\Omega}{2\pi W} \cdot \left[\sin(\varphi + \phi_s) - \sin\phi_s\right] \qquad (4.33)$$

$$\dot{\varphi} = h\Gamma\Omega w \qquad (4.34)$$

C'est de ces équations que l'on tirera l'évolution dans le temps de l'énergie et de la phase de la particule, autour des valeurs de référence.

11. Condition de stabilité dans le cas des petits mouvements

Etablissons d'abord la condition de stabilité pour les oscillations de phase de faible amplitude. Si φ est petit, la différence des sinus dans l'équation (4.33) devient approximativement égale à φ et les équations prennent la forme

$$\dot{w} = \frac{qV\,\Omega \cos\phi_s}{2\pi W} \cdot \varphi$$

$$\dot{\varphi} = h\Gamma\Omega w$$

on en tire

$$\ddot{\varphi} + \Omega_{sy}^2 \cdot \varphi = 0$$

où

$$\Omega_{sy}^2 = -\frac{qh\,\Gamma V \cos\phi_s}{2\pi W} \cdot \Omega^2 \qquad (4.35)$$

La fréquence des oscillations synchrotroniques de petite amplitude est donc égale à $f_{sy} = \frac{\Omega_{sy}}{2\pi}$ et elle est proportionnelle à la fréquence de révolution. Pour qu'il y ait stabilité, il faut que Ω_{sy}^2 soit positif. La condition de stabilité pour les oscillations de petite amplitude sera donc donnée par

$$\Gamma \cos\phi_s < 0$$

En introduisant dans cette condition la valeur de Γ et tenant compte que $\gamma \geq 1$ on arrive à l'inégalité

$$(\alpha - \frac{1}{\gamma^2}) \cdot \cos\phi_s < 0 \qquad (4.36)$$

Nous avons vu précédemment que $\alpha \approx \frac{1}{\nu_x^2}$ ce qui conduit à

$$(\gamma^2 - \nu_x^2) \cdot \cos\phi_s < 0 \qquad (4.37)$$

Examinons successivement le cas des accélérateurs linéaires et circulaires.

Dans le cas de l'accélérateur linéaire, le nombre d'ondes ν_x est infini, α est nul et l'inégalité (4.37) se réduit à $\cos\phi s > 0$. La stabilité longitudinale dans un accélérateur linéaire exige donc, comme nous l'avions indiqué, que la phase stable soit comprise entre 0 et $\pi/2$.

Dans le cas de l' accélérateur circulaire, dans le cas de figure où $\overline{B}$ est indépendant de s nous avions vu que les nombres d'ondes étaient toujours inférieurs à l'unité. De la formule (4.37) on déduit, cette fois, que cos $\phi s < 0$ et donc que la phase stable doit être comprise entre $\pi/2$ et π.

Dans le cas d'un accélérateur où $\overline{B}$ dépend de s , nous verrons que le nombre d'ondes horizontal est en général supérieur à l'unité. Dans ce cas, la phase stable doit être comprise entre 0 et $\pi/2$ au début de l'accélération puisqu'au début γ est voisin de 1 donc inférieur à ν_x. Si à la fin de l'accélération γ est supérieur à ν_x, la phase stable devra se trouver entre $\pi/2$ et π. Dans ce cas, il faudra procéder à un changement de phase stable de ϕ_s à π-ϕ_s en cours d'accélération. Ce changement aura lieu à une énergie correspondant à une valeur γ_t de γ égale à ν_x. Cette énergie dite de "transition" sera donc liée à l'énergie au repos de la particule par la relation

$$W_t = W_r \nu_x$$

12. Plan de phase longitudinal et séparatrice

Généralités

Dans le plan de phase w , ϕ la particule synchrone est représentée par l'origine du plan et le point représentatif de la particule réelle décrira une trajectoire. La condition de stabilité déterminera dans ce plan de phase le domaine des valeurs initiales pour lesquelles w , ϕ resteront bornées au cours du mouvement. Remarquons que du plan de phase w , ϕ on peut passer aisément au plan de phase $\frac{\Delta p}{p}, \phi$ à l'aide de la relation

$$\frac{\Delta p}{p} = \frac{W^2}{W^2 - W_r^2} \cdot \frac{\Delta W}{W}$$

tirée de

$$(pc)^2 = W^2 - W_r^2$$

La quantité $\frac{\Delta p}{p}$ est importante car elle détermine l'excursion de l'orbite fermée à l'aide de la relation $\pm \frac{\Delta r}{r} = \pm \alpha_p \frac{\Delta p}{p}$. Remarquons qu'aux grandes énergies les deux plans de phase sont identiques.

Invariant

Reprenons les équations (4.33) et (4.34)

$$\dot{w} = \frac{qV\Omega}{2\pi W} \cdot \left[\sin(\varphi + \phi_s) - \sin \phi_s\right] \qquad (4.33)$$

$$\dot{\varphi} = h\Gamma\Omega w \qquad (4.34)$$

En multipliant ces équations "en croix" on obtient

$$h\Gamma\Omega w \cdot dw = \frac{qV\Omega}{2\pi W} \cdot \left[\sin(\varphi + \phi_s) - \sin\phi_s\right] \cdot d\varphi$$

En intégrant cette relation, on obtient une intégrale première du système d'équations. En choisissant la constante d'intégration pour qu'elle soit nulle lorsque $\varphi = w = 0$, on obtiendra

$$\frac{1}{2}w^2 + \frac{qV}{2\pi h\Gamma W} \cdot \left[\cos(\varphi + \phi_s) - \cos\phi_s + \varphi\sin\phi_s\right] = C \qquad (4.39)$$

Cette intégrale première est l'équation des trajectoires dans l'espace de phase et la constante C est déterminée par les conditions initiales. Dans le cas des petits mouvements on trouve

$$w^2 - \frac{qV\cos\phi_s}{2\pi h\Gamma W} \cdot \varphi^2 = C$$

car $$\cos(\varphi + \phi_s) = \cos\phi_s - \varphi\sin\phi_s - \frac{\varphi^2}{2}\cos\phi_s + \ldots\ldots$$

Les trajectoires correspondant aux petits mouvements seront donc des ellipses lorsque la condition de stabilité $\Gamma\cos\phi_s < 0$ est satisfaite. On peut normaliser pour obtenir des cercles.

Séparatrice

La condition $\Gamma\cos\phi_s < 0$ assure la stabilité pour les oscillations de phase de petite amplitude. Elle ne garantit cependant pas la stabilité lorsqu'elles sont de grande amplitude. En fait, dans le plan de phase, il existe une "séparatrice", c'est-à-dire une courbe fermée séparant le plan en deux domaines. Si le point représentatif de la particule est initialement à l'intérieur de la séparatrice, son mouvement sera stable. Il sera instable à l'extérieur. On peut montrer que le point

$$w = 0 \qquad \varphi = \pi - 2\phi_s \quad (\text{donc } \phi = \pi - \phi_s)$$

se trouve sur la séparatrice. L'équation de celle-ci s'obtiendra donc en introduisant ces valeurs particulières de w et φ dans l'équation (4.39) afin de calculer la valeur C_0 de la constante d'intégration. On trouve

$$C_0 = \frac{qV}{2\pi h\Gamma W} \cdot \left[-2\cos\phi_s + (\pi - 2\phi_s)\sin\phi_s\right] \qquad (4.40)$$

La séparatrice coupe l'axe des φ en un deuxième point que l'on obtient en résolvant l'équation (4.39) pour $C=C_0$ et $w=0$. Enfin, il est aisé de voir que les points extrêmes de la séparatrice sur l'axe w sont donnés par

$$w = \pm\sqrt{2C_0}$$

La séparatrice a la forme d'un poisson et, souvent d'ailleurs, elle est appelée ainsi. La queue du poisson correspond à la solution $\varphi = \pi - 2\phi_s$. La figure IV.4 résume ce qui a été dit des trajectoires et de la séparatrice.

Fréquence synchrotronique

La période des oscillations synchrotroniques est le temps mis par le point représentatif de la particule pour parcourir, dans le plan de phase, la trajectoire fermée correspondant aux conditions initiales. On part de l'équation (4.34) que l'on écrit

$$dt = \frac{1}{h\Gamma\Omega} \cdot \frac{1}{w} \cdot d\varphi$$

En intégrant, on obtient pour la période synchrotronique l'expression

$$T = \frac{2}{h\Gamma\Omega} \left| \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{1}{w} d\varphi \right|$$

où φ_1 et φ_2 sont les zéros, sur l'axe φ, de la trajectoire. Dans cette expression, la fonction $w(\varphi)$ est tirée de l'intégrale première (4.39) où la constante d'intégration C a la valeur correspondant aux conditions initiales. La fréquence synchrotronique est l'inverse de la période T.

Il est aisé de montrer, en dérivant les équations (4.33) et (4.34) , que les dérivées successives de φ sont nulles au point $w = 0$, $\varphi = \pi - 2\phi_s$ sur la séparatrice. Autrement dit, ce point est stationnaire et la période synchrotronique tend vers l'∞ lorsque la trajectoire se rapproche de la séparatrice (la fréquence synchrotronique tend donc vers zéro) .

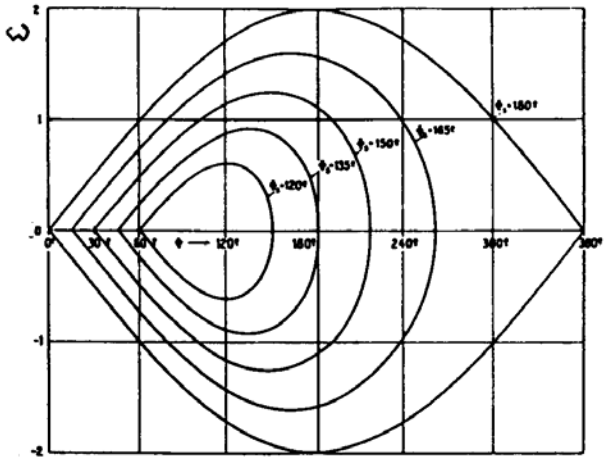
Comparons maintenant les ordres de grandeur des périodes d'oscillations synchrotroniques et bétatroniques. Pour les oscillations de petite amplitude, la formule (4.35) donne

$$\left(\frac{\Omega_{sy}}{\Omega}\right)^2 = \left(\frac{T}{T_{sy}}\right)^2 = -\frac{qh\Gamma V \cos\varphi_s}{2\pi W} \qquad (4.41)$$

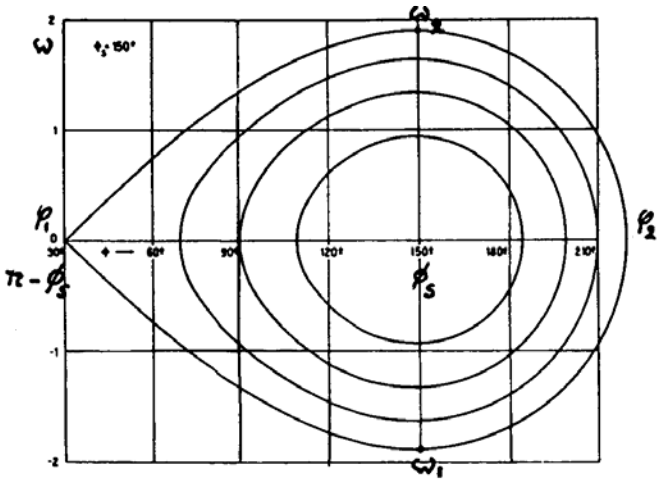
La période de révolution T est liée à la période des oscillations bétatroniques horizontales T_x et au nombre d'ondes ν_x par la relation $T = T_x \nu_x = T_x \gamma_t$ si γ_t correspond à l'énergie de transition.

De ces relations, en remplaçant Γ et W par leurs expressions en fonction de γ et γ_t on tire pour le rapport de la période bétatronique horizontale T_x à la période synchrotronique T_{sy} :

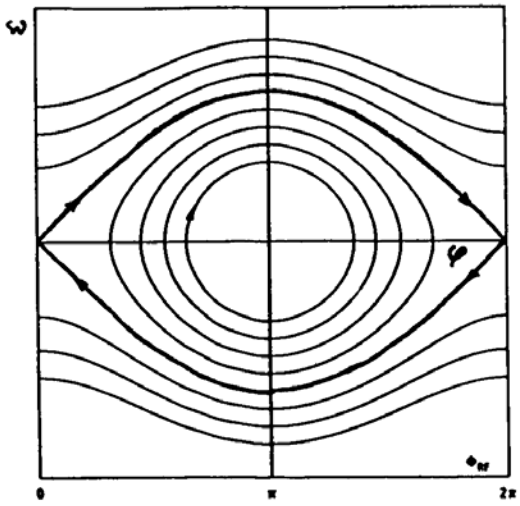
$$\left(\frac{T_x}{T_{sy}}\right)^2 = -\frac{qVh \cos\phi_s}{2\pi W_r} \cdot \frac{1}{\gamma_t^2} \cdot \frac{\gamma}{(\gamma^2 - 1)} \cdot \left(\frac{1}{\gamma_t^2} - \frac{1}{\gamma^2}\right)$$



Séparatrices pour divers Φ_s



Trajectoires pour Φ_s = 150 degrés



Trajectoires et Séparatrice dans plan de phase

Φ_s = 180 degrés

Fig. IV.4 [ref 8]

Cette relation permet de vérifier, dans des cas réels, que la période synchrotronique est effectivement toujours beaucoup plus grande que la période bétatronique et de justifier ainsi une des hypothèses faites au début de ce chapitre.

Si l'on prend comme exemple le synchrotron SPS de 450 GeV du CERN et qu'on introduit les valeurs:

$$h = 4620 \qquad \gamma_t = 24 \qquad qV = 3,6\,\text{MeV} \qquad \cos\phi_s < 1$$

on trouve qu'à l'injection, lorsque $\gamma = 14$, la période synchrotronique vaut plus de 500 fois la période bétatronique horizontale. A l'énergie finale, plus de 100.000 fois. Pour les mouvements de grande amplitude, le cas est encore plus favorable puisque T_{sy} croît avec l'amplitude du mouvement.

Acceptance

La surface du poisson que délimite la séparatrice est, par définition, l'***acceptance longitudinale*** ou l'acceptance dans l'espace de phase w ,φ . Cette surface correspond à l'intégrale

$$A = 2\left|\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} w\,(\varphi)\;d\varphi\right|$$

où $w(\varphi)$ est tiré de l'équation de la séparatrice.

Emittance et filamentation

En général, dans le plan de phase, les points représentatifs des particules injectées se trouvent dans une bande $\pm w_0$. La surface découpée par cette bande dans la séparatrice est, par définition, l'***émittance longitudinale*** du faisceau injecté. La bande va s'enrouler sur elle-même au cours du mouvement puisque les fréquences de rotation dans le plan de phase ne sont pas les mêmes pour tous les points de la bande. D'après le théorème de Liouville, cette émittance va toutefois rester constante au cours du mouvement. C'est ce qu'on appelle la "filamentation" de la bande rectangulaire représentant initialement le faisceau injecté. Les points représentant les particules finiront par remplir tout le poisson. Autrement dit, la dispersion d'énergie dont il faudra tenir compte pour le calcul des déplacements horizontaux de l'orbite fermée de référence ne sera pas la dispersion d'énergie initiale $\pm w_0$ mais bien les valeurs extrêmes de la séparatrice sur l'axe w , c'est-à-dire $w = \pm\sqrt{2C_0}$. C'est cette dernière qui contribuera au $\left(\frac{\Delta p}{p}\right)_{\max}$ de la formule (4.28a).

Taux de capture et gain d'énergie.

Examinons, pour terminer, la question du taux de capture et du gain d'énergie par tour. Les particules sont, en général , injectées uniformément en phase dans un accélérateur circulaire. Si, initialement, la dispersion $\pm w_0$ du faisceau à l'injection est faible, le taux de capture sera voisin de

$$t_x = \frac{|\varphi_2 - \varphi_1|}{2\pi}$$

où φ_1 et φ_2 sont les valeurs extrêmes de la séparatrice sur l'axe φ. Le gain d'énergie est lui donné par $\delta K = qV \sin \phi_s$

Le taux de capture t_x et le gain d'énergie δK seront donc fonction de ϕ_s puisque φ_1 et φ_2 en dépendent.

On établit le tableau (rappelons que ϕ_s est compté à partir du moment où le champ devient accélérateur) :

$0 < \phi_s < 90^0$	$90^0 < \phi_s < 180^0$	t_x %	$\sin \phi_s$
0	180	100	0
11,5	168,5	74,8	0,2
23,5	156,5	58,5	0,4
36,9	143,1	47,2	0,6
53,1	126,9	32,5	0,8
90	90	0	1

On s'aperçoit donc qu'il y a un compromis à faire pour le choix de ϕ_s car un taux de capture de 100 % conduit à un gain d'énergie nul et, de même, un gain d'énergie maximum conduit à un taux de capture nul. Une phase stable autour de $\phi_s = 60°$ est souvent le compromis choisi.

CHAPITRE V

CYCLOTRONS

1. Particule de référence

Introduction

Les cyclotrons sont des accélérateurs circulaires où le champ magnétique $\overline{B}$ est indépendant du temps. La trajectoire de référence dans le plan médian est donc une spirale. Nous avons vu que si B_m est le champ magnétique moyen au cours d'une révolution, le rayon moyen r de l'orbite lui sera lié par la formule

$$p = qrB_m$$

où, en général, $$B_m = B_m(r)$$

On a aussi pour le champ local B :

$$B = B(\theta, r) \qquad \text{avec} \quad B \neq B_m$$

La particule est accélérée dans des fentes d'accélération, une ou plusieurs fois par tour. La fréquence de révolution f s'obtient en partant de

$$f = \frac{v}{2\pi r} = v \cdot \frac{mc^2}{2\pi r W}$$

En effet, de $$p = mv = qB_m r$$

on tire $$f = \frac{qc^2 B_m}{2\pi W} \qquad (5.1)$$

L'impulsion p et l'énergie W dépendent du rayon r de la spire parcourue à l'instant considéré. La fréquence d'accélération est proportionnelle à la fréquence de révolution.

Remarquons que le cyclotron ne convient pas pour l'accélération des électrons. En effet, l'énergie au repos de l'électron étant de 0,5 MeV, l'énergie variera de plusieurs ordres de grandeur au cours de l'accélération, entraînant des variations du même ordre pour f ou pour B_m, ce qui est technologiquement très difficile.

Cyclotron classique

Lorsque l'énergie cinétique K est négligeable devant l'énergie au repos W_r la formule (5.1) devient

$$f = \frac{qc^2 B_m}{2\pi W_r}$$

Lorsque le champ magnétique est uniforme, donc indépendant de r et de θ, on a $B \equiv B_m$ et la fréquence de révolution f sera constante quelle que soit l'énergie de la particule.

Un champ magnétique uniforme et une fréquence d'accélération constante caractérisent le ***cyclotron classique***. Le courant débité par un cyclotron classique sera continu puisque le synchronisme est assuré quelle que soit la position r de la particule, donc quelle que soit son énergie. Une simplicité dans la construction et un courant continu sont les avantages de ce type d'accélérateur. En 1932 ***Lawrence*** et ***Livingston*** construisirent le premier cyclotron à protons de 1,2 MeV.

En 1940 on avait construit des cyclotrons de 20 MeV, seuil au-delà duquel l'influence relativiste de la masse du proton commence à se manifester.

Cette limite relativiste est la cause d'abandon du cyclotron classique.

Synchrocyclotron

Lorsqu'il n'est pas possible de négliger K devant W_r la relation (5.1) suggère deux possibilités pour assurer le synchronisme. La première consiste à garder un champ magnétique uniforme. On a encore $B \equiv B_m$ puisque B ne dépend pas de θ. Puisque B_m est uniforme, il faudra pour garder le synchronisme faire décroître la fréquence d'accélération lorsque l'énergie de la particule augmente. Ce type d'accélérateur est appelé un ***synchrocyclotron*** (***phasotron*** dans les pays de l'ex-URSS). Puisque le synchronisme n'est plus assuré que pour une énergie donnée, une partie seulement des particules présentes dans la machine, celles ayant la bonne énergie, seront accélérées au cours d'un cycle. Le courant débité est donc pulsé et le courant moyen peu élevé. C'est le défaut majeur des synchrocyclotrons.

Cyclotron isochrone

La deuxième possibilité suggérée par (5.1) est de garder la fréquence d'accélération constante et faire varier B_m comme W. Le champ moyen B_m sera donc une fonction croissante de r. Pour assurer la stabilité transversale, il faut que le champ local B dépende aussi de θ. En effet si B est fonction de r uniquement, $B \equiv B_m$ croit avec r; donc $n < 0$ et il y a instabilité verticale. Donc $B \equiv B(\theta, r)$ avec $B_m(r)$ croissant avec r. Ce type d'accélérateur est appelé un cyclotron isochrone . Puisque le synchronisme est de nouveau assuré quelle que soit W le courant débité sera un courant continu comme dans un cyclotron classique.

Energie

Reprenons les formules du chapitre précédent pour l'énergie finale de la particule de référence. Sur l'orbite finale $r = R$ nous avons établi

$$\frac{K}{A}\left(\frac{K}{A} + 2W_0\right) \approx \left(\frac{Q}{A}\right)^2 (300 B_m R)^2 \qquad (4.7)$$

Le tableau ci-dessous donne le diamètre en mètres d'un cyclotron lorsque B_m est égal à 2 teslas:

Energie cinétique K			100 MeV	1 GeV	10 GeV
protons	A=1	Q=1	1,48	5,66	36,3
deutons	A=2	Q=1	2,06	7,26	39
part α	A=4	Q=2	1,46	4,86	22

Lorsque $\frac{K}{A} << 2W_0$ la formule précédente devient

$$\frac{K}{A} \approx 48\left(\frac{Q}{A}\right)^2 (B_m R)^2 \qquad (4.8)$$

avec B_m en teslas et R en mètres.

Le champ magnétique doit couvrir toute la surface de la spirale. Lorsque $K << W_r$ le rayon de l'accélérateur d'après (4.8) est proportionnel à $\sqrt{\frac{K}{A}}$ et le coût de l'aimant à $\left(\sqrt{\frac{K}{A}}\right)^3$. Lorsque $K >> W_r$, le rayon d'après (4.7) devient proportionnel à l'énergie et le prix de l'aimant augmentera comme le cube de l'énergie. Il y aura donc une limite économique. Cette limite se situe, pour les protons, vers 600 MeV ce qui correspond à un diamètre d'environ 5 m.

2. Synchrocyclotron

Principe

Le champ local B est uniforme et indépendant de θ. On aura donc $B_m = B$. La fréquence de révolution dépendra de l'énergie de la particule et, d'après (5.1), en remplaçant q par $(Q.e)$ et W_r par $(A.W_0)$, on aura à l'injection

$$f_{\max} = \frac{ec^2}{2\pi W_0} \cdot \frac{Q}{A} \cdot B$$

ou

$$f_{\max} = 15,4\frac{Q}{A} \cdot B \qquad (5.2)$$

si B est en teslas et f_{max} en MHz. La fréquence de révolution est donc de l'ordre de quelques dizaines de MHz.

La fréquence minimum en fin d'accélération sera donnée par

$$f_{\min} = \frac{W_r}{W} \cdot f_{\max} \qquad (5.3)$$

puisque, dans la pratique, les valeurs du champ au centre de la machine et sur l'orbite finale sont très voisines. Nous avons vu que pour des raisons économiques, l'énergie cinétique du proton accéléré ne dépassait pas son énergie au repos. Cela signifie que, dans ce cas, la variation de fréquence ne dépassera pas un facteur de deux, ce qui est technologiquement raisonnable.

Décrivons le déroulement de l'accélération. Un paquet de particules d'énergie W_r , groupées autour de la particule de référence, quitte la source d'ions située au centre de la machine au moment où la fréquence d'accélération a la valeur maximum f_{max}. En cours d'accélération, l'énergie de ce groupe de particules augmente et la fréquence d'accélération diminue pour qu'à chaque instant la condition de synchronisme soit satisfaite. Lorsque les particules atteignent l'énergie finale, elles sont envoyées sur une cible interne ou extraites de la machine. La fréquence d'accélération reprend alors sa valeur maximum et un nouveau cycle d'accélération recommence, accélérant un nouveau paquet. Le courant débité par un synchrocyclotron est donc pulsé et l'intensité moyenne en est réduit d'autant.

Stabilité des oscillations

Puisque B ne dépend pas de θ (donc de s), les conditions de stabilité transversales et longitudinales s'expriment simplement. L'indépendance par rapport à s exige d'abord que la stabilité horizontale et la stabilité verticale soient assurées en chaque point, donc qu'en ***chaque*** point l'indice de champ n soit compris entre 0 et 1 . Nous avions vu ce cas de figure dans le chapitre précédent.

En pratique, dans un synchrocyclotron, B est uniforme (n =0) et ne décroît lentement que près de l'orbite finale. La stabilité horizontale est donc assurée. Verticalement cependant, la particule est à la limite de la stabilité (n =0) et la particule s'éloigne du plan médian en suivant une hélice. Près de l'orbite finale, l'indice de champ devient légèrement positif assurant une certaine stabilité verticale.

Lorsque B ne dépend pas de s , nous avons vu que la stabilité longitudinale exige que la phase stable soit comprise entre $\pi/2$ et π et toutes les particules ne seront donc pas acceptées. Ce n'est cependant qu'en 1945 que l'on étudia théoriquement la stabilité longitudinale et montra qu'elle pouvait exister lorsque la fréquence d'accélération variait au cours du cycle d'accélération. C'est cette étude qui permit le passage du cyclotron classique au synchrocyclotron, dont le premier date de 1946.

Réalisation

Le champ magnétique est obtenu par un électro-aimant (fig. V.1a) conventionnel non-feuilleté dont les bobines sont refroidies par une circulation d'eau. Le champ est souvent de l'ordre de 2 teslas.

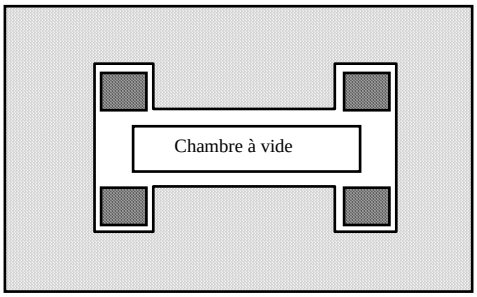


Fig. V.1a: Electro-aimant

Le vide de la chambre, placée dans l'entrefer de l'aimant, est obtenu par des pompes de grande capacité. La source à ions est au centre de la chambre. C'est le plus souvent une source PIG à axe vertical. Le champ magnétique de la source n'est autre que celui de l'accélérateur et, grâce à l'extraction latérale de la source PIG, l'injection se fait automatiquement dans le plan médian.

Comme l'illustre la figure V.1b il n'y a en général qu'une seule électrode d'accélération dans la chambre. Elle ressemble à une boîte cylindrique aplatie, coupée suivant un diamètre et dont on aurait gardé la moitié.

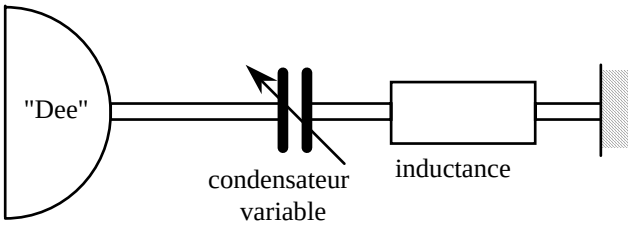


Fig. V.1b: "Dee" d'accélération"

Cette demi-boîte est appelée le "dee" car elle ressemble vaguement, vue de haut, à la lettre D. Le champ électrique d'accélération apparaît entre la partie ouverte du "dee" et la paroi de la chambre à vide qui le contient (fig. V.1c).

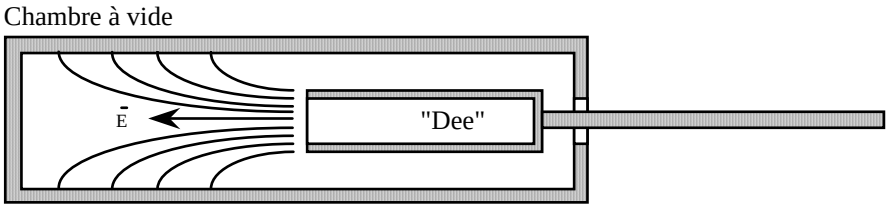


Fig. V.1c: "Dee" d'accélération"

Le dee est alimenté par une ligne quart d'onde accordée par un condensateur dont la capacité variera au cours du cycle afin d'assurer la loi de fréquence imposée. Cette capacité variable est obtenue en faisant tourner une électrode-rotor par rapport à une électrode-stator fixe. Ce condensateur tournant, de plusieurs mètres de diamètre, est d'une technologie fort délicate car elle pose simultanément des problèmes mécaniques, de vide, de haute fréquence et de haute tension. Sa fiabilité est souvent difficile à assurer.

Le plus puissant synchrocyclotron est celui à protons de 1 GeV de Gatchina, près de Leningrad (URSS) en service depuis 1967.

Le SC de 600 MeV du CERN était plus typique. Il a été mis en service en 1957 et reconstruit partiellement en 1974/75. De 1978 à 1986 il accéléra aussi des ions jusqu'à la masse 20 et une énergie d'environ 80 MeV/n (1/3 du temps). L'accélération d'ions a pris fin en avril 1986 et le SC a été arrêté en 1991.

Performances

- 5.10^{13} protons par sec., soit 8 µA de courant moyen à 602 MeV;
- efficacité d'extraction de 50-75 % soit plus de 3.10^{13} protons extraits par seconde;
- fréquence de répétition de 233 Hz ;
- des ions légers (He, C, O, Ne) avec des rapports Q/A jusqu'à 0,25 ont été accélérés à des énergies de 303 à 49 MeV par nucléon;

Caractéristiques

- rayon de 2,25 m pour l'orbite finale;
- champ magnétique de 1,98 teslas (1,87 près de l'orbite finale); aimant de 2500 tonnes, bobinages en aluminium de 120 tonnes; 2000 A sous 515 volts soit une puissance de 1 MW environ;
- condensateur tournant à 233 Hz (maximum 466 Hz); tension de 20 kV; puissance crête de 100 kW; ci-dessous les fréquences f_{max} et f_{min} pour quelques types d'ions avec les énergies et courants obtenus:

	protons	$^{3}He^{++}$	$^{12}C^{4+}$	$^{18}O^{6+}$	$^{20}Ne^{5+}$
f_{max} (injection) [MHz]	30,1	20,3	10,1	10,1	7,6
f_{min} (extraction) [MHz]	16,8	13,9	8,5	8,5	6,6
K/A (Energie/nucléon) [MeV]	600	303	86	85	49
pps [ions extraits/sec.]	3.10^{13}	$>3.10^{12}$	$>10^{12}$	$\approx 3.10^{11}$	$\approx 3.10^{11}$

3. Cyclotron isochrone à protons

Principe

Le désavantage majeur d'un synchrocyclotron est sa faible intensité moyenne, conséquence d'un faisceau pulsé, lui-même conséquence de la modulation de la fréquence d'accélération. Si l'on garde cette fréquence constante, la condition de synchronisme peut être satisfaite si le champ magnétique B_m croît avec le rayon r. La loi $B_m(r)$ s'obtient sans difficulté.

On part de
$$f = \frac{qc^2 B_m}{2\pi W} \tag{5.1}$$

et de
$$W^2 - W_r^2 = (q\,c\,B_m\,r)^2 \tag{5.4}$$

Il suffit de tirer W^2 des deux formules et d'identifier les expressions. On a

$$W^2 = (q\,c\,B_m)^2 \left(\frac{c}{2\pi f}\right)^2 = (q\,c\,B_m)^2 \cdot r^2 + W_r^2$$

donc
$$(q\,c\,B_m)^2 \left[\left(\frac{c}{2\pi f}\right)^2 - r^2 \right] = W_r^2$$

et
$$B_m(r) = \frac{W_r}{qc} \cdot \left(\sqrt{\left(\frac{c}{2\pi f}\right)^2 - r^2} \right)^{-1}$$

On a vu précédemment que pour assurer la stabilité verticale, une dépendance $B(\theta,r)$ était essentielle. Cette dépendance doit être telle cependant que l'intégrale

$$B_m(r) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} B(\theta, r)\, d\theta \tag{5.5}$$

satisfasse à la relation (5.5) et que la stabilité transversale reste ***globalement*** assurée.

Stabilité transversale et longitudinale

Au chapitre précédent, nous avons montré que pour assurer globalement la stabilité transversale le long d'une orbite fermée (quasi-fermée), il faut que la demi-trace de la matrice de transfert correspondante à une période le long de l'orbite reste comprise entre -1 et +1. Notons que les éléments de cette matrice dépendent de l'orbite considérée donc de r. Nous avons vu que les stabilités horizontales et verticales n'étaient pas assurées en chaque point (car l'indice de champ n n'est pas compris entre 0 et 1) mais alternativement lorsque la particule passait d'un secteur de la période à un autre. Ce type de focalisation est appelée "alternée" ou "forte" et nous l'étudierons plus en détail dans le chapitre consacré au synchrotron.

Lorsque le nombre d'ondes horizontal est supérieur à l'unité (ce qui est le cas dans la focalisation forte), nous avons vu précédemment qu'à l'injection, dans les accélérateurs

circulaires, la phase stable ϕ_s se trouve entre 0 et $\frac{\pi}{2}$. Au-delà d'une certaine énergie ($\gamma_t = \nu_x$), dite énergie de transition, la phase stable doit se trouver entre $\pi/2$ et π. On a vu que si cette énergie de transition était inférieure à l'énergie finale, il fallait en cours d'accélération faire passer la phase stable de ϕ_s à $\pi - \phi_s$, pour préserver la stabilité longitudinale. On a donc intérêt, pour un cyclotron isochrone, à repousser l'énergie de transition au-delà de l'énergie finale. Le changement de phase stable en cours d'accélération est ainsi évité.

Réalisation

Le principe du cyclotron isochrone fut proposé par ***Thomas*** en 1938 déjà. A l'époque, les conditions de stabilité transversale n'avaient pas été étudiées. De plus la réalisation d'un aimant aux pièces polaires compliquées n'était pas évidente. C'est la raison pour laquelle la première réalisation ne vit le jour qu'en 1950 à Berkeley, en Californie, sous le nom de cyclotron de Thomas ou de cyclotron AVF (Azimuthally Varying Field). On lui préfère aujourd'hui le nom de cyclotron isochrone ou simplement celui de cyclotron. Rappelons qu'il s'agit d'un accélérateur à courant continu.

Le cyclotron isochrone se distingue donc d'un cyclotron classique par la dépendance r,θ du champ magnétique. Les pièces polaires de l'aimant sont profilées de façon à assurer la stabilité transversale tout en assurant aussi la loi correcte $B_m(r)$ nécessaire au synchronisme. Les pièces polaires, le long d'une orbite circulaire , présenteront donc des "vallées" et des "collines". Si les lieux de ces vallées et collines sont des droites on dira que le cyclotron est de type "radial ridge", et "spiral ridge" si ce sont des spirales. Ce dernier type est le plus courant. Les cyclotrons isochrones actuels se composent le plus souvent de deux machines en cascade, le premier cyclotron servant d'injecteur au second. Le second est presque toujours formé par des aimants, séparés par des sections sans champ, afin d'obtenir une focalisation plus forte, un gain d'énergie plus élevé et assurer un meilleur accès au faisceau pour l'accélération, la mesure et l'extraction.

Dans un cyclotron isochrone, il est difficile d'extraire les particules accélérées. En effet, contrairement au synchrocyclotron, l'indice de champ ne reste plus entre 0 et 1 . Le nombre d'ondes horizontal est donc souvent beaucoup plus grand que l'unité et le facteur de compaction $\alpha = \frac{1}{\nu_x^2}$ est petit par rapport à l'unité au lieu de lui être supérieur. Le pas de la spirale de référence est donc souvent très petit et il devient difficile de dévier avec un champ magnétique les particules sur la spire finale sans influencer les spires précédentes. C'est pour cette raison qu'on accélère parfois des ions négatifs H^- et qu'on leur enlève deux électrons en fin d'accélération en les faisant passer au travers d'une feuille mince, de béryllium par exemple. Les ions positifs H^+ à la sortie de la feuille sont alors automatiquement extraits par le champ magnétique présent dans la machine.

Il existe de nombreux cyclotrons isochrones dans le monde. Leur énergie se situe, comme pour le synchrocyclotron et pour les mêmes raisons, vers 600 MeV (protons) et ils se prêtent bien à la production de pions et de radio-isotopes à des fins médicales.

Le cyclotron TRIUMF (Tri-University Meson Facility) a été mis en service à Vancouver au Canada en 1974. Son énergie est de 800 MeV et son intensité est proche de 500 μA. Il accélère des ions négatifs H^-. Il ne possède qu'un seul étage et il est de type "spiral ridge".

Le cyclotron SIN de l'Institut suisse pour la recherche nucléaire a été mis en service en 1974 à Villigen, près de Zürich. Il accélère des protons à 590 MeV et a fourni en 1996 un courant de 1.52 mA. Il comporte deux étages de type "spiral ridge". Le premier étage de 72 MeV, reconstruit en 1984, utilise, comme préaccélérateur, un Cockroft-Walton de 860 kV. Le deuxième étage est constitué de huit aimants séparés avec un diamètre intérieur de 4,8

m et extérieur de 9 m. Quatre cavités haute fréquence insérées entre les aimants fournissent le champ électrique d'accélération (50 MHz, 200 kW, 2 MeV/tour)

Signalons, en Belgique, les cyclotrons isochrones de Fleurus et de Louvain (Cyclone).

Une comparaison

L'accélérateur linéaire, le synchrocyclotron et le cyclotron ont été utilisés pour accélérer des protons jusqu'à 600-800 MeV. Le tableau ci-dessus compare trois machines décrites précédemment:

	LAMPF	SC	SIN
Energie (MeV)	800	600	590
Intensité moyenne (μA)	≈ 1000	8	≈ 500
Efficacité extraction (%)	100	≈ 70	≈ 90
Facteur d'utilisation (%)	≈ 10	≈ 40	100
Coût (relatif)	3	1	1

Ce tableau montre l'intérêt indéniable du cyclotron isochrone. Il coûte trois fois moins qu'un linac tout en offrant un facteur d'utilisation dix fois plus grand pour un courant du même ordre. Pour le même prix, il offre un courant près de cent fois supérieur et un facteur d'utilisation deux fois plus grand. Par rapport aux synchrotrons, nous verrons au chapitre suivant que l'intensité moyenne du cyclotron isochrone est de plusieurs ordres de grandeur supérieure.

4. Cyclotron isochrone à ions

Exemple de réalisation

Dans le paragraphe précédent nous avons surtout parlé de cyclotrons isochrones à protons. En fait, les cyclotrons isochrones conviennent aussi fort bien pour l'accélération des ions dans la région de quelques dizaines de MeV/*n*. Cette région semble particulièrement riche pour la physique. En dessous de ces énergies, on utilise les Van de Graaff et au-dessus les synchrotrons.

GANIL (Grand Accélérateur National d'Ions Lourds) est un bel exemple de cyclotron isochrone conçu pour l'accélération d'ions. Il a été mis en service à Caen, en France, en 1982. L'énergie par nucléon des ions varie de 100 à 10 MeV/*n* , dépendant de la valeur du rapport Q/A. A titre d'exemple, un courant de 50 μA d'Argon à 44 MeV/*n* avait été obtenu en 1983. Le courant prévu est de 10^{13} pps ($3{,}6 \times 10^{12}$ pps obtenus en 2000). GANIL comporte trois étages dont les deux derniers sont des cyclotrons à secteurs séparés. Suivant l'étage considéré, le champ magnétique est de 1,6 ou de 1,9 teslas, la fréquence d'accélération de 6,4 ou de 13,8 MHz, la tension d'accélération de 110 ou de 250 kV. La source à ions est une source PIG (ions légers), ou ECR (ions lourds). Les ions les plus lourds accélérés en 1999 sont Pb208 et U238.

Intérêt d'un champ supraconducteur

Lorsque $\frac{K}{A} << 2W_0$ nous avions établi la formule

$$\frac{K}{A} \approx 48\left(\frac{Q}{A}\right)^2 (B_m\ r\ )^2 \qquad (4.8)$$

où $\frac{K}{A}$ est exprimé en MeV, B_m en teslas, R en mètres. Pour des ions complètement épluchés $\frac{Q}{A} \approx 0{,}5$ mais pour des ions lourds comme l'uranium l'épluchage est partiel et $\frac{Q}{A}$ est plutôt voisin de 0,1 . La formule précédente montre alors toute l'importance d'un champ magnétique élevé pour un diamètre de machine donné. Il y a donc intérêt à utiliser un champ magnétique supraconducteur.

Un premier cyclotron isochrone utilisant un champ supraconducteur a été mis en service en 1982 à l'Université de l'Etat de Michigan. Il s'agit du K500 d'un diamètre de 1,3 m. Dès 1983, ce cyclotron avait accéléré des ions jusqu'à la masse de l'Argon. Une énergie de 50 MeV/n avait été obtenue pour des ions légers, ce qui correspond à un champ moyen B_m de 3 teslas environ (la valeur maximum de B est bien entendu plus élevée). En 1988, un deuxième prototype, le K1200 a été construit mis en opération. Depuis 2001, les deux machines ont été couplées, et un épluchage supplémentaire entre les deux étages permet d'atteindre une énergie de 200 MeV/n pour des ions légers et de 90 MeV/n pour des ions d'uranium.

CHAPITRE VI

SYNCHROTRONS

1. Particule de référence

Les énergies élevées demandent un accélérateur circulaire de grand diamètre puisque l'énergie ne dépend que du produit $B_m r$. Le volume du champ magnétique augmente et il convient de le limiter pour des raisons économiques. On peut le faire en s'arrangeant pour que la trajectoire de référence soit un ***cercle*** (r=R) et non plus une spirale: c'est la famille des synchrotrons. Ceci a plusieurs conséquences.

La première est que B et f seront dépendants du temps puisqu'il faut maintenir la particule sur le cercle et assurer le synchronisme de l'accélération. Une deuxième est qu'il faudra injecter à une certaine énergie K_i sur le cercle (voir explication page suivante) . Une troisième conséquence est qu'un synchrotron comportera de nombreuses "sections droites" (sections sans champ magnétique) puisqu'il faudra injecter, accélérer, contrôler et extraire le faisceau. Il ne faudra donc pas confondre le champ B en un point des aimants avec le champ moyen B_m sur l'orbite. Rappelons les relations

$$p = qB\rho = qB_m R \qquad (4.3)\ (4.4)$$

dans lesquelles ρ est le rayon de courbure local et R le rayon moyen de l'orbite. Une différence de 30% entre les deux rayons n'est pas rare (par exemple ρ=70 m et R=100 m pour le PS de 26 GeV du CERN).

Nous utiliserons les formules du chapitre IV pour la particule de référence, celle qui correspond à des conditions initiales bien déterminées. Remarquons que les paramètres relatifs à l'orbite de référence sont indépendants du type de focalisation utilisé pour assurer la stabilité transversale. La focalisation ne concerne, en effet, que les particules en dehors de l'orbite de référence.

Energie

On a établi, pour un ion de masse A et de charge Q, les relations

$$W^2 = (qcB_m r)^2 + W_r^2 \qquad (4.5)$$

$$\frac{K}{A}\left(\frac{K}{A} + 2W_0\right) \approx \left(\frac{Q}{A}\right)^2 (300 B_m r)^2 \qquad (4.7)$$

les énergies étant exprimées en MeV, le champ en tesla, le rayon en mètres. Pour un synchrotron à protons ou à électrons de grande énergie cette relation se réduit à

$$W \approx 300 B_m R \qquad (6.1)$$

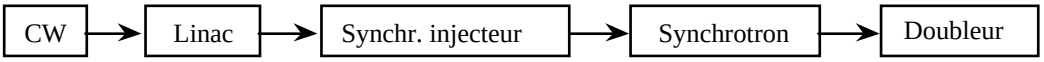
puisque $A=1$ $W_0 << K$ donc K ≈W.

Les électro-aimants d'un synchrotron présentent un champ rémanent peu fiable et il ne faudra injecter les particules que lorsque le champ magnétique est nettement supérieur au rémanent. Le tableau ci-dessous, établi à partir de (4.7), donne R et l'énergie cinétique K_i à l'injection pour un synchrotron à protons d'énergie K dans l'hypothèse (réaliste) où B_{mi}=0,01T et B_m=1T.

K (GeV)	R (m)	K_i	Nature de l'injecteur
3	12,8	800 keV	Cockroft-Walton ou RFQ
30	100	47 MeV	linac
300	1000	2,2 GeV	synchrotron

Pour un synchrotron à électrons, on trouverait des rayons sensiblement les mêmes mais des énergies d'injection encore plus élevées (respectivement 30, 300 et 3000 MeV) . En réalité, pour mieux compenser l'effet de charge d'espace à l'injection et obtenir ainsi des intensités plus élevées, il faut injecter à des énergies encore plus importantes que celles du tableau.

Un synchrotron de haute énergie sera donc précédé d'une cascade de préaccélérateurs. Le synchrotron à protons de 1000 GeV du FermiLab aux USA est typique à cet égard:



Gain d'énergie par tour

Le dispositif d'accélération doit fournir, à chaque tour, le gain d'énergie ∂K nécessaire. Il doit aussi, s'il y a lieu, compenser l'énergie perdue par rayonnement électromagnétique de la particule en mouvement. Cette perte – nous le verrons plus loin – est négligeable pour des ions. Considérons donc séparément le cas des ions et des électrons.

Ions

A chaque tour, le système d'accélération fournit à la particule un gain d'énergie $\delta K=\delta W$ égal à

$$\delta K = qV_{rf} \sin \Phi_s$$

où Φ_s est la phase vue par la particule de référence lorsqu'elle traverse les intervalles d'accélération (phase stable). Nous avions établi la formule liant, sur une orbite circulaire δK à $\dot{B}_m$

$$\delta K = 2\pi q R^2 \dot{B}_m \qquad (4.12)$$

ou $$\delta K \approx 6,3 Q R^2 \dot{B}_m$$

si δK est exprimé en eV , R en m et $\dot{B}_m$ en T/s.

Pour un gain d'énergie par tour constant, le champ magnétique devra donc croître linéairement avec le temps. En première approximation, cette montée linéaire est obtenue en appliquant une tension constante aux bornes de l'électro-aimant et en utilisant le début (linéaire) de la montée exponentielle du courant dans la self importante que constitue l'aimant.

A titre d'exemple, calculons le gain d'énergie et le voltage V_{rf} pour deux synchrotrons, dans l'hypothèse où B_m=1T , $\dot{B}_m$ =1T/s et Φ_s = 60^0

K (GeV)	R (m)	δK	V_{rf}
30	100	63 keV	73 kV
300	1000	6,3 MeV	7,3 MV

On s'aperçoit que les gains d'énergie par tour deviennent importants pour un accélérateur de grande énergie. Les stations d'accélération ressemblent à des accélérateurs linéaires dans lesquels le faisceau circulant entre et ressort, ayant gagné de l'énergie.

Electrons

La théorie de l'électromagnétisme prédit une perte d'énergie par rayonnement lorsqu'une particule chargée est accélérée. Cette perte, appelée aussi rayonnement synchrotronique, est maximum lorsque l'accélération de la particule est perpendiculaire à sa vitesse. Ce cas défavorable est malheureusement celui des accélérateurs circulaires.

Pour une charge unitaire, la perte d'énergie par tour sera donnée par

$$\delta U \approx 6 \cdot 10^{-15} \cdot \frac{1}{\rho} \cdot \left(\frac{W}{W_r}\right)^4$$

où les énergies sont en MeV et le rayon en mètres. On vérifie facilement que cette perte est négligeable pour un proton (δU = 8 eV pour W=1 TeV et ρ=1 km par exemple). Il n'en n'est pas de même pour un électron car $W_r \approx 0,5$ MeV . La perte par tour pour un électron est donc donné par

$$\delta U \approx 9 \cdot 10^{-14} \cdot \frac{W^4}{\rho} \qquad (6.2)$$

Par exemple, la perte par tour dans un synchrotron à électrons de W=30 GeV avec ρ=120 m s'élève à 600 MeV par tour, alors que d'après le tableau précédent le gain d'énergie nécessaire en l'absence de pertes n'est que de 63 keV par tour. Autrement dit, dans un synchrotron à électron de haute énergie, le système d'accélération sert essentiellement à compenser la perte d'énergie de la particule par rayonnement synchrotronique.

La formule (6.2) indique que pour garder la perte d'énergie dans des limites raisonnables, il faut augmenter ρ . En conséquence, le champ B_m nécessaire diminue. Le système d'accélération et les unités d'aimants deviennent donc moins coûteux, mais la circonférence de la machine étant plus longue, le prix du tunnel et du génie civil augmentent. Il y a donc une optimisation à faire et l'on montre que le prix d'un synchrotron à électrons optimisé augmente, en première approximation, comme W^2. Comme le prix d'un accélérateur linéaire à électrons est proportionnel à W, l'accélérateur linéaire deviendra donc moins cher à partir d'une certaine énergie. On situe cette énergie entre 100 et 200 GeV .

Fréquence d'accélération

Le plus souvent, les stations d'accélération sont rassemblées dans une longue section droite et tout se passe comme s'il n'y avait qu'un seul intervalle d'accélération. La fréquence d'accélération est un multiple h parfois important de la fréquence de révolution (h=4600 pour le SPS du CERN, par exemple). Le choix du nombre harmonique h est notamment fixé par la technologie haute fréquence utilisée

Nous avions établi la formule

$$f = \frac{f_0 \cdot B_m}{\sqrt{B_m^2 + B_0^2}} \qquad (4.13)$$

où $f_0 = \dfrac{c}{2\pi R}$ $\qquad B_0 = \dfrac{W_r}{qcR}$

Pour un synchrotron de haute énergie, B_0 devient

$$B_0 = \frac{W_r}{W} \cdot B_{\max} \qquad (6.3)$$

car $qB_{\max}Rc \approx W$ si $B_{\max}$ est la valeur du champ moyen correspondant à l'énergie finale W.

Dans un synchrotron, B_0 est une constante et de (4.13) on tire la fréquence à l'injection

$$f_i = \frac{f_0 \cdot B_{mi}}{\sqrt{B_{mi}^2 + B_0^2}}$$

La relation (6.3) montre que $B_0 \approx 0$ et $f \approx \dfrac{c}{2\pi R}$ pour un électron, ce qui traduit simplement le fait que pour un électron la fréquence de révolution va rester constante puisque sa vitesse à l'injection est pratiquement celle de la lumière.

A partir de ces mêmes formules, on trouvera que pour un accélérateur à protons ($B_{mi} = 0,01$ T)

de	30 GeV	$B_0 \approx 330\ 10^{-4}$ T	et	$f_i \approx 0,3\ f_0$
de	300 GeV	$B_0 \approx 33\ 10^{-4}$ T	et	$f_i \approx 0,95\ f_0$

Dans l'accélérateur de 30 GeV la fréquence d'accélération couvre donc une gamme assez grande, de 1 à 3 environ, et il est peu économique d'utiliser des cavités à large bande. Les cavités résonnantes formant le système d'accélération sont pourvues d'un système automatique d'accord afin de suivre la loi de fréquence (4.13). C'est la position du faisceau qui pilotera cet accord automatique ajustant la fréquence à la valeur de l'énergie de référence. Dans l'accélérateur de 300 GeV, la modulation de fréquence au cours de l'accélération est faible, inférieure à 5 % . On peut alors utiliser des cavités à bande passante suffisamment large, ce type de cavité convenant d'ailleurs mieux aux gains d'énergie par tour élevés.

2. Maille de machine

Sections élémentaires

Dans le voisinage de l'orbite de référence, nous avons vu au chap. IV que le champ $B(x,z,s)$ s'exprime par les relations

$$B_x = kz \qquad B_z = B_0 + kx \qquad B_s = 0$$

avec $k = B_{zx} = -n\, B_0/\rho$. En général B_0 et k dépendent de s.

Un synchrotron comporte N périodes et la période de la machine est appelée ***maille***. En pratique, la maille est une succession de sections où B_0 et k sont constants. En pratique, les types de sections élémentaires sont peu nombreux. Passons-les en revue.

Section droite O

Dans cette section $B_0 = 0$ et $k = 0$ et la trajectoire de la particule est rectiligne

Section dipolaire B

Dans cette section $B_0 \neq 0$ et $k = 0$, le champ magnétique est uniforme et la trajectoire est un cercle de rayon $\rho = p/(q\, B_0)$

Section quadrupolaire Q

Dans cette section $B_0 = 0$ et $k \neq 0$, le champ magnétique est quadrupolaire, focalisant dans une direction et défocalisant dans l'autre suivant le signe de k; l'on parlera d'une section Q_f focalisante dans le plan horizontal lorsque $k > 0$ et de Q_d focalisante dans le plan vertical lorsque $k < 0$ (***dé***focalisante dans le plan horizontal).

Section focalisante F

Dans cette section, qui combine une section dipolaire et quadrupolaire, on a

$B_0 \neq 0$ et $n=-\rho k/B_0 <1$; la trajectoire de la particule de référence est un cercle et la section est focalisante dans le plan horizontal.

Section focalisante D

Dans cette section, qui combine aussi une section dipolaire et quadrupolaire, $B_0 \neq 0$ et $n > 0$ (donc $k < 0$) ; la trajectoire est un cercle et la section est focalisante dans le plan vertical.

La maille FODO est un exemple de maille simple, mais réaliste, pour un synchrotron moderne. Si l'on remplace les sections F et D par BQ_f et BQ_d on courbera et focalisera dans des sections différentes. On dit qu'une telle machine est "à fonctions séparées".

Matrice de transfert de la maille

Nous avons vu que la matrice de transfert d'une section est donnée par

$$M = \begin{pmatrix} y_1 & y_2 \\ y'_1 & y'_2 \end{pmatrix}$$

où $y_1(s)$ et $y_2(s)$ sont les solutions de $y''+Ky=0$ pour les valeurs initiales (1,0) et (0,1) au début de la section. Comme dans chaque section élémentaire n et ρ sont constants, K le sera aussi et les solutions $y_1(s)$ et $y_2(s)$ seront données par

$$y_1 = \cos\sqrt{K}\,(s - s_i) \qquad \text{et} \qquad y_2 = \frac{1}{\sqrt{K}}\sin\sqrt{K}\,(s - s_i)$$

avec $\quad K_x = \dfrac{1-n}{\rho^2}, \quad K_z = \dfrac{n}{\rho^2} \quad \left(\rho = \dfrac{p}{qB_0} \quad et \quad n = -\dfrac{\rho k}{B_0}\right)$

Les matrices M_x et M_z auront donc la forme

$$M = \begin{pmatrix} \cos\sqrt{K}\,(s - s_i) & \dfrac{1}{\sqrt{K}}\sin\sqrt{K}\,(s - s_i) \\ -\sqrt{K}\sin\sqrt{K}\,(s - s_i) & \cos\sqrt{K}\,(s - s_i) \end{pmatrix} \qquad (6.4)$$

Il est donc facile d'établir les matrices M pour les sections élémentaires et la matrice de transfert de la maille, horizontale ou verticale, s'obtiendra en multipliant entre elles les matrices des sections élémentaires formant la maille. Remarquons que lorsque n est en dehors de l'intervalle (0,1) le $\sqrt{K}$ correspondant est imaginaire. Dans ce cas, des sinus et cosinus hyperboliques apparaîtront dans les matrices M.

3. Dimensions de la chambre à vide

Si les particules sont injectées à la bonne phase et à la bonne énergie, seules les oscillations bétratroniques détermineront les demi-ouvertures de la chambre (horizontale et verticale). Ces dernières devront satisfaire à

$$a \geq \sqrt{\frac{\varepsilon}{\pi}} \cdot \sqrt{\beta_{\max}}$$

où ε est l'émittance (horizontale ou verticale) du faisceau et $\beta_{\max}$ la valeur maximum de la fonction β dans la maille.

En général cependant, les particules sont injectées à toutes les phases et présentent une dispersion d'énergie $\pm \frac{\Delta p}{p}$ autour de l'énergie de référence. Nous avons vu que, dans l'espace de phase, la bande initiale à l'injection va se filamenter et remplir tout le "poisson". Dans ce cas on trouvera une excursion de l'orbite fermée égale à

$$x = \alpha R \left(\frac{\Delta p}{p}\right)_{\max}$$

où α est le facteur de compaction et où $\left(\frac{\Delta p}{p}\right)_{\max}$ (voir chapitre IV) correspond à la demi-hauteur du poisson dans le plan de phase $(\frac{\Delta p}{p}, \varphi)$. Aux hautes énergies, ce facteur $\left(\frac{\Delta p}{p}\right)_{\max}$ est égal à w_{max} et vaut $\sqrt{2C_0}$ où C_0 est la constante relative à la séparatrice. Cette constante est donnée par (4.40).

Dans un synchrotron de haute énergie, pour un faisceau d'émittances ε_x et ε_z les demi-ouvertures α_x et α_z de la chambre, horizontale et verticale, satisferont donc à

$$a_x \geq \sqrt{\frac{\varepsilon_x}{\pi}} \cdot \sqrt{\beta_{x\,\max}} + \alpha_p \cdot \sqrt{2C_0} \qquad (6.5)$$

$$a_z \geq \sqrt{\frac{\varepsilon_z}{\pi}} \cdot \sqrt{\beta_{z\,\max}} \qquad (6.6)$$

Les demi-ouvertures dépendront donc non seulement des émittances du faisceau à l'injection, mais aussi des caractéristiques de la maille par l'intermédiaire des $\beta_{\max}$, α et du système d'accélération par l'intermédiaire de C_0 . Des relations (6.5) et (6.6) on déduira les dimensions horizontale et verticale de la chambre à vide. Celle-ci sera souvent de forme ovale, avec une largeur double de la hauteur, pour tenir compte des oscillations de l'orbite fermée.

4. Synchrotron à focalisation faible

Les premiers synchrotrons étaient composés de quatre électro-aimants identiques, en quart de cercle, séparés par quatre sections droites. Le profil des pièces polaires étant le même partout, la maille est de type FO. Puisque B est indépendant de s en tout point des aimants, la stabilité horizontale et verticale doit être assurée en chaque point. Autrement dit, l'indice de champ n est compris entre 0 et 1 et est partout le même. C'est pourquoi ce type de synchrotron est dit à "gradient constant" car le gradient $\frac{\partial B_z}{\partial x}$ du champ garde la même valeur en tous points des aimants.

La maille FO sera examinée lors d'une séance de travaux pratiques. Une bonne approximation de cette maille consiste à négliger les sections droites. On retrouve alors le cas de figure déjà étudié lorsque B est, en tout point, indépendant de s. Rappelons les résultats

$$0 < n < 1 \qquad \frac{\pi}{2} < \phi_s < \pi$$

$$\beta_x = \frac{R}{\sqrt{1-n}} \qquad \beta_z = \frac{R}{\sqrt{n}}$$

$$\nu_x = \sqrt{1-n} \qquad \nu_z = \sqrt{n} \qquad \alpha = \frac{1}{1-n}$$

Puisque $\beta \geq R$ et $\alpha_p \geq R$ (car $\alpha_p = \frac{R}{\nu_x^2}$), on déduit de (6.5) et (6.6) que, pour des émittances données, les demi-ouvertures sont incompressibles au-dessous d'une certaine limite. C'est pourquoi, dans un synchrotron à gradient constant la focalisation est dite "faible".

Un exemple de synchrotron à focalisation faible est le Bevatron de 6 GeV au Lawrence Berkeley Laboratory (LBL) près de San Francisco en Californie. Mis en service en 1952, son énergie avait été choisie pour découvrir l'antiproton. Le Bevatron accéléra ensuite des ions en provenance de l'accélérateur linéaire HILAC (de 20 MeV à 2 GeV par nucléon). Il a été arrêté en 1993.

5. Synchrotron à focalisation forte

Principe

A cause des limitations sur β et α_p aux énergies élevées, la focalisation faible conduit à des dimensions prohibitives pour la chambre à vide. Calculons par exemple, dans un synchrotron à protons de maille FO, le déplacement de l'orbite fermée due à une dispersion d'énergie typique. En négligeant les sections droites on a vu que

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{1}{1-n} \cdot \frac{\Delta p}{p}$$

Sachant qu'un synchrotron de 30 GeV a un rayon de 100 m si B_{max} =1T, en supposant un indice de 0,7 et une dispersion d'énergie de ± 0,5 % on trouve

$$\Delta R = \pm 1{,}7 \text{ m}$$

La chambre à vide devrait donc avoir une ouverture horizontale de plusieurs mètres et un électro-aimant en proportion sur 630 m de longueur. Le prix de l'accélérateur serait évidemment prohibitif.

D'après les formules (6.5) et (6.6), pour diminuer les dimensions de la chambre à vide, il faut, pour un faisceau donné, diminuer les β . En diminuant β on augmente ν_x qui est inversement proportionnel à $<\beta>$ (car $<\beta>\approx R/\nu_x$). L'augmentation de entraîne une diminution de α puisque α est inversement proportionnel à ν_x^2 . Cette diminution de α entraîne une nouvelle diminution de l'ouverture horizontale de la chambre d'après (6.5).

Il faut donc diminuer β et nous allons montrer qu'une forte diminution est possible si l'on choisit une maille le long de laquelle les indices de champ prennent alternativement des valeurs positives et négatives, grandes en valeur absolue. Nous le montrerons pour une maille de type FD. C'est une maille simple mais représentative car elle constitue, nous le verrons par un exemple, une première approximation de la maille FODO souvent utilisée dans la pratique.

Maille FD

Soit L/2 la longueur des sections F et D et supposons que les deux indices correspondants n_f et n_d soient grands en valeur absolue. Tenant compte des définitions des sections F et D, l'indice n_f sera négatif et l'indice n_d positif. Le signe du gradient du champ magnétique va donc changer en passant d'une section à l'autre. C'est pourquoi ce synchrotron sera dit "à gradients alternés". Cette alternance se voit sur les profils des pièces polaires. Puisque n_f est négatif, une section F se caractérise par un profil qui se ferme lorsqu'on passe de l'intérieur à l'extérieur de l'orbite de référence, une section D par un profil ouvert.

La matrice de transfert de la période sera $M = M_d \cdot M_f$. Il y aura donc une matrice $M_x=M_{dx}.M_{fx}$ pour le mouvement horizontal et une autre $M_z=M_{dz}.M_{fz}$ pour le mouvement vertical. Comme il n'y a pas de sections droites on aura $\rho = R$. Les matrices M_d et M_f s'obtiennent facilement à partir de l'expression générale (6.4). Comme les indices de champ sont en dehors de l'intervalle (0,1) il y aura des sinus et des cosinus hyperboliques dans les matrices M_{fz} et M_{dx}
($\cos ix = \text{ch}\, x$ et $\sin ix = i.\text{sh}\, x$ où $i^2=-1$).

Pour les détails du calcul des matrices M_x et $M_z$nous renvoyons aux travaux pratiques, nous contentant de reproduire ici les demi-traces de ces matrices. On établit les relations suivantes

$$\cos\mu_x = \cos b\pi \cdot \text{ch}\, a\pi + \frac{a^2 - b^2}{2ab} \cdot \sin b\pi \cdot \text{sh}\, a\pi \qquad (6.7)$$

$$\cos\mu_z = \cos b\pi \cdot \text{ch}\, a\pi - \frac{a^2 - b^2}{2ab} \cdot \sin b\pi \cdot \text{sh}\, a\pi \qquad (6.8)$$

où $a = \dfrac{\sqrt{n_d}}{N}$ et $b = \dfrac{\sqrt{-n_f}}{N}$.

Les conditions de stabilité, horizontale et verticale, sont données, nous l'avons vu, par les inégalités

$$-1 < \cos \mu_x < +1 \qquad\qquad -1 < \cos \mu_z < +1$$

Ces deux conditions de stabilité déterminent dans le plan (a,b) quatre courbes (voir figure VI.1)

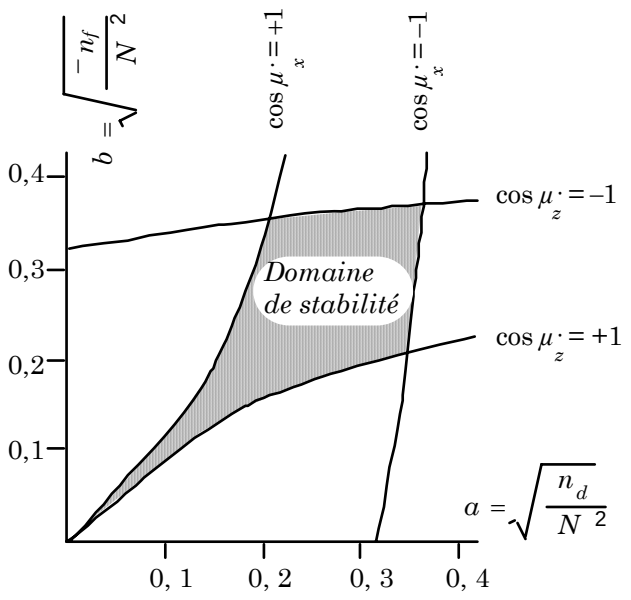


Fig. VI.1: Domaine de stabilité transversale

qui délimitent une zone dans laquelle doit se trouver les valeurs des deux indices pour que la stabilité horizontale et verticale soit globalement assurée au cours du mouvement. Cette zone a vaguement la forme d'une cravate d'où le nom de "neck-tie diagram".

Très souvent les indices dans les secteurs F et D sont les mêmes. Dans ce cas $a = b = \frac{\sqrt{n}}{N}$ avec $n = -n_f = n_d$. Puisque $\mu=\mu_x=\mu_z$

$$\cos \mu = \cos a\pi \,.\, \mathrm{ch}\, a\pi \tag{6.9}$$

Notons aussi que la condition $-1 < \cos \mu < 1$ conduit approximativement à l'inégalité

$$n < 0,35N^2 \tag{6.10}$$

Un indice élevé nécessite donc un grand nombre de périodes.

De la formule (6.9) on tire les valeurs de μ ; $\nu_x=\nu_z=N\mu/2\pi$, $\alpha=1/\nu_x^2$,$<\beta>=R/\nu$. On peut en obtenir des valeurs approchées en développant les deux membres de (6.9) et en négligeant les termes d'ordre supérieur en n/N^2 (approximation valable tant que n/N^2 ne dépasse pas 0,1)

On trouve:

$$\mu \approx \frac{\pi^2 n}{\sqrt{3}N^2} \approx 5,7\frac{n}{N^2}$$

$$\nu \approx \frac{\pi n}{2\sqrt{3}N} \approx 0,9\frac{n}{N} \qquad \text{puisque} \qquad \mu = \frac{2\pi\nu}{N}$$

$$\alpha \approx \frac{12N^2}{\pi^2 n^2} \approx 1,2\left(\frac{N}{n}\right)^2 \qquad \text{puisque} \qquad \alpha \approx \frac{1}{\nu_x^2}$$

$$<\beta> \approx \frac{2\sqrt{3}NR}{n\pi} \approx 1,1\frac{RN}{n} \qquad \text{puisque} \qquad <\beta> \approx \frac{R}{\nu}$$

L'on voit bien, dans cet exemple, que lorsque l'indice de champ augmente, le facteur de compaction et la fonction d'amplitude diminuent. Donc, si l'on se reporte aux formules (6.5) et (6.6) concernant les dimensions de la chambre à vide, l'on s'aperçoit que pour un faisceau injecté donné, les demi-ouvertures nécessaires diminuent lorsque l'indice de champ augmente. C'est pourquoi la focalisation est dite "forte".

Un exemple numérique fixera les ordres de grandeur ainsi que la valeur des approximations faites ci-dessus. Prenons le cas d'un synchrotron à focalisation forte, le PS de 26 GeV du CERN. Sa maille est de type FODO. Assimilons-la à une maille FD et appliquons les formules précédentes. Dans le PS, nous avons

$$R = 100 \text{ m} \qquad N = 50 \qquad n = 288 \qquad \text{donc } \frac{n}{N^2} \approx 0,12$$

Les formules donnent les valeurs	$\nu \approx$ 5,24	$\alpha \approx$ 0,037
La véritable maille FODO aurait donné	$\nu =$ 6,25	$\alpha =$ 0,026

Avec cette valeur de α on trouve que la demi-excursion de l'orbite fermée pour une dispersion $(\Delta p/p)_{max}=\pm 0.5\%$ est de 1,3 cm ($\alpha = 0,26$). Ceci est à comparer à 1,7 m dans le cas d'un synchrotron à focalisation faible de semblable énergie. Si l'on prévoit une ouverture du même ordre pour l'amplitude des oscillations transversales et l'on prend un facteur de sécurité de deux, l'on comprend les 14 x 7 cm de la chambre à vide du PS. Le gain sur les dimensions de la chambre est donc très important.

Stabilité longitudinale

Dans la focalisation forte, le nombre d'ondes ν_x est supérieur à l'unité (voir exemple précédent). Il peut donc exister une énergie de transition à laquelle la phase stable Φ_s, initialement entre 0 et $\pi/2$, doit passer à π-Φ_s (on veut garder le même gain d'énergie) pour se retrouver entre $\pi/2$ et π. Nous avons vu au chapitre précédent que cette énergie de transition correspond à $\gamma_t \approx \nu_x$. Le PS de 26 GeV présente donc une énergie de transition à γ_t W_R, soit environ à 5 GeV, dans l'hypothèse d'une maille FD. Le calcul avec la maille correcte FODO aurait donné une énergie de transition de 5,86 GeV.

Défauts magnétiques

La théorie développée au chapitre IV se base sur des hypothèses. On suppose ainsi que les plans de symétrie des aimants coïncident avec le plan médian, que les forces de rappel transversales sont linéaires (petits mouvements), que l'indice de champ reste constant dans un aimant, etc... Avec ces hypothèses, et à condition que les demi-traces des matrices relatives à une période restent comprises entre -1 et +1 , les deux nombres d'ondes peuvent prendre toutes les valeurs.

En réalité, en évaluant par les méthodes de perturbation, les effets de petites fluctuations autour des hypothèses admises, on montre que le point de fonctionnement (ν_x, ν_z) est soumis à des restrictions et qu'il y a dans le plan ν_x ν_z de nombreuses lignes et bandes interdites. Il n'est pas possible et d'ailleurs inutile dans ce cours introductif, de développer ces théories. Aussi, contenterons-nous de décrire qualitativement quelques résultats.

Les défauts magnétiques des aimants modifient peu les paramètres influençant les dimensions de la chambre à vide et le système d'accélération. En revanche, ils rendent les conditions de stabilité transversales plus sévères, en interdisant certaines valeurs aux nombres d'ondes $\nu_x$et ν_z. Il est facile de comprendre que les nombres d'ondes ne peuvent prendre des valeurs entières, car le moindre défaut provoquerait un effet cumulatif et la particule se perdrait par résonance sur les parois de la chambre. Il est, en revanche, plus compliqué de montrer que des forces de rappel non-linéaires excluent en principe les valeurs de ν_x et de ν_z satisfaisant à la relation

$$a\,\nu_x + b\,\nu_z = c$$

où a,b,c sont des nombres entiers. L'importance d'une de ces lignes interdites dépend en fait de la rapidité de la croissance de la résonance si le point (ν_x , ν_z) s'y trouve. On en déduit par exemple que les valeurs demi-entières pour ν sont interdites. De la même façon, on peut montrer que les fluctuations d'un indice de champ dans une section élémentaire conduisent à des bandes interdites ("bandes d'arrêt") dans le plan des ν.

Le plan (ν_x, ν_z) sera donc finalement zébré de lignes et de bandes interdites. Les zones stables pour le point de fonctionnement seront réduites d'autant. En cours d'accélération, ce point ne devra pas traverser ces lignes et ces bandes sous peine de disparition de tout ou partie du faisceau (le pourcentage de pertes, résultant des instabilités, dépend de la vitesse de traversée et de la nature de la ligne ou de la bande). Dans la pratique, on choisit comme valeur théorique d'un nombre d'ondes, un entier plus un ou trois quarts. Par exemple $\nu_x = \nu_z = 6.25$ pour le PS de 26 GeV du CERN.

Lorsque l'intensité du faisceau est importante, les valeurs $\nu_x$et ν_z varient au cours de l'accélération. En effet, ces nombres d'ondes dépendent des forces de rappel sur la particule et les particules voisines contribuent à ces forces. Comme l'effet de charge d'espace diminue avec l'énergie des particules, l'influence va diminuer au cours de l'accélération et le point de fonctionnement va se déplacer avec les dangers d'instabilité que cela comporte.

Il est aujourd'hui, heureusement, possible de mesurer et de compenser au cours de l'accélération les variations des nombres d'ondes.

Certains défauts, ceux d'indices par exemple, peuvent être compensés par l'insertion de lentilles sextupolaires ou octupolaires. La charge d'espace et l'influence de la paroi sont en revanche plus difficiles à maîtriser et limitent d'ailleurs l'intensité du faisceau.

Exemples de synchrotrons à focalisation forte

Le SPS (Super Proton Synchrotron) du CERN est un des deux synchrotrons à focalisation forte les plus importants. Nous comparons ses caractéristiques à celles du Bevatron, un synchrotron à focalisation faible.

Paramètre		Bevatron	SPS
Energie	(GeV)	6	400
Maille		FO	$Q_f BOQ_d BO$
Rayon	(m)	19	1100
ν_x ; ν_z		0,647 ; 0,922	26,6 ; 26,6
α		2,4	0,0013
N		4	108
$n < 0{,}35\ N^2$		0,67 < 5,6	≈ 3000 < 4082
Chambre	(cm x cm)	112 x 25	11 x 4,3
f_{ma} / f_{inj}		≈ 10	≈ 1,05
Durée cycle	(s)	5	9,6 - 14,4
B_{inj}	(T)	0,042	0,045
B_{max}	(T)	1,55	1,8
δW/tour	(keV)	1,5	7200
f_{rf}	(MHz)	de 0,24 à 2,5	200
h		1	4620
γ_t		sans	24
Courant	(ppi)	≈ 10^{13}	≈ $4{,}84.10^{13}$

Ce tableau montre bien l'influence du type de focalisation sur les dimensions de la chambre à vide. Terminons par quelques autres exemples de synchrotrons à focalisation forte.

En service depuis 1971 au FNAL (Fermi National Accelerator Laboratory) à Batavia, près de Chicago, un synchrotron à protons de 500 GeV similaire au SPS du CERN a été poussé jusqu'à 1 TeV en utilisant des aimants supraconducteurs. Depuis 1967 à Serpukhov, au Sud de Moscou, fonctionne un synchrotron à protons de 76 GeV. Au Japon, le synchrotron à protons KEK de 12 GeV a été mis en service en 1978.

Parmi les synchrotrons à électrons à focalisation forte, il faut d'abord citer DESY (Deutsches Elektronen Synchrotron) le synchrotron de 14 GeV situé à Hambourg en RFA. Il sert d'injecteur au collisionneur PETRA. Mentionnons à l'université de Cornell aux USA un synchrotron à électrons de 12 GeV.

Un certain nombre de synchrotrons existants accélèrent des ions, comme la machine AGS (Alternating Gradient Synchrotron) à Brookhaven près de New-York aux USA. Cet ancien synchrotron à protons de 28 GeV accélère des ions à 15 GeV/n à partir du tandem Van de Graaff du BNL. Il a déjà accéléré des protons polarisés et des ions d'or de 11,4 GeV/c. Au CERN, le complexe des accélérateurs a déjà accéléré des deutons, des α, de l'oxygène, du soufre , du plomb et de l'indium.

Parmi les projets en voie de réalisation, il faut d'abord citer le synchrotron à protons UNK de 3 TeV à Serpukhov qui utilisera des aimants supraconducteurs de 5 Teslas. A titre d'information, citons aussi en Chine, près de Beijing (Pékin) la construction d'un synchrotron à protons de 50 GeV. A noter cependant, que les nouveaux projets en cours ou en discussion concernent des collisionneurs plutôt que des synchrotrons.

6. Synchrotrons pour des applications particulières

Nous passerons rapidement en revue l'utilisation de synchrotrons comme sources de rayonnement synchrotronique, comme source de neutrons et d'antiprotons de basse énergie.

Depuis les années 1970 se manifeste un intérêt croissant pour l'utilisation du rayonnement synchrotronique de l'électron comme source de rayons X et ultraviolets (gamme de 0,1 à 200 angströms). C'est un domaine en rapide évolution . L'intérêt se situe dans le domaine de la chimie, de la biologie, de la médecine, de l'étude des matériaux. Pour produire ce rayonnement, on utilise un synchrotron à électrons de quelques GeV où, par un processus d'accumulation, on arrive à un courant de l'ordre de 1 A d'électrons, courant nécessaire pour obtenir des intensités de rayonnement suffisantes. Au début on utilisa des machines existantes, mais il existe maintenant des synchrotrons spécialement construits dans ce but. Parmi ces derniers, citons le NSLS mis en service en 1982 à Brookhaven. Il est composé de deux anneaux, l'un de 750 MeV / 800 mA pour l'ultraviolet (1 A a été obtenu pendant 1 heure), l'autre de 2,5 Gev de faible intensité pour les rayons X. L'anneau UV comporte 16 fenêtres et pourra finalement stocker 1 A , l'anneau X a 28 fenêtres. Citons aussi le SRS (Daresbury GB, 1980) de 2 GeV/1A. ESRF (European Synchrotron Radiation Facility) de 6 GeV/200 mA dans la gamme de 1 à 100 angströms (rayons X durs) a été mis en opération en 1992 à Grenoble (F, D, I, UK, SP, DK, SF, N, S, B, NL). Parmi les projets en cours, citons ALADIN (Université de Wisconsin à Madison, USA) de 1 GeV (320 mA a été obtenu). A Trieste, un accélérateur de 1.1 GeV (500 mA) a été mis en service en 1994. On utilise par ailleurs des positons pour éviter la capture par des ions et on augmente l'intensité par de nouvelles structures magnétiques (wigglers, onduleurs).

Comme source d'antiprotons de basse énergie, il faut mentionner l'anneau AD (décélérateur d'antiprotons) du CERN, mis en service en 1999. Cet anneau, de forme elliptique, est un synchrotron à focalisation forte où, toutes les 2 minutes, l'on injecte, en provenance d'une cible, environ $5x10^7$ antiprotons de 3,5 GeV/c d'impulsion. Les antiprotons sont ensuite décélérés jusqu'à 0,1 GeV/c (5MeV d'énergie cinétique) avant d'être éjectés. Cette machine remplace l'anneau LEAR, arrêté en 1996 pour des raisons budgétaires, qui permettait de plus des éjections ultra-lentes (jusqu'à 14 heures) d'une grande quantité d'antiprotons (plusieurs 10^{10}) dans une plus vaste gamme d'énergie (de 2 MeV à 1.7GeV).

On peut utiliser des synchrotrons à protons de forte intensité comme source de neutrons. Ces sources sont plus flexibles que celles utilisant des réacteurs nucléaires. Les faisceaux intenses de neutrons servent notamment à étudier la structure et les propriétés de certains matériaux, depuis des alliages jusqu'à des protéines. Une source de ce type est ISIS du Laboratoire Rutherford-Appleton en Grande-Bretagne. Ce synchrotron, inauguré en 1985, est un synchrotron à protons de 800 MeV à répétition rapide (53 Hz) qui accélère $2,5x10^{13}$ protons par seconde (1988). Chaque proton produit une trentaine de neutrons rapides par spallation sur une cible de graphite ou de molybdène (il y a spallation lorsque le noyau se brise en un grand nombre de fragments de masse semblable). ISIS est aussi une source de neutrinos (5.10^{13} ν /s à 30/53 MeV). Il existe des sources de neutrons utilisant des synchrotrons aux USA (Argonne), au Japon (KEK), en Russie (Novosibirsk).

CHAPITRE VII

COLLISIONNEURS

1. Généralités

Le principe du collisionneur est d'amener en collision frontale ou quasi-frontale deux faisceaux de particules, celles-ci n'étant pas nécessairement de même nature et de même énergie. Citons par exemple au laboratoire Fermi de Chicago, le TeVatron, collisionneur $p\bar{p}$ de 2x1000 GeV, au CERN le collisionneur e^+e^- LEP de 2x104 GeV (désormais arrêté), et à Hambourg, HERA qui amène en collision des électrons de 28 GeV et des protons de 920 GeV. Les exemples qui précèdent concernent des collisionneurs circulaires dans lesquels les faisceaux se traversent de multiples fois. Il existe aussi des collisionneurs linéaires de e^+e^-, la traversée des faisceaux étant unique.

Energie dans le centre de masse

Dans les accélérateurs étudiés jusqu'à présent, les particules accélérées sont envoyées sur des cibles fixes, le plus souvent externes à la machine. La plus grande partie de leur énergie est, de ce fait, transformée en énergie cinétique répartie entre les particules issues de la cible et finalement seule, une fraction relativement faible de l'énergie est disponible dans le centre de masse. Or, l'énergie disponible dans le centre de masse est véritablement celle qui intéresse le physicien. C'est elle qui permet, par exemple, la production de particules nouvelles.

Pour illustrer ce qui précède, considérons un proton d'énergie W heurtant un proton à l'arrêt, donc d'énergie W_0. La cinématique montre que l'énergie W_{ms} dans le centre de masse de la collision sera donnée par

$$W_{ms} \approx \sqrt{2WW_0} \qquad (7.1)$$

si l'on suppose que $W >> W_0$. On tire de (7.1) le tableau suivant avec, entre parenthèses, le sigle des machines du CERN correspondant aux énergies indiquées

W	W_{ms} (GeV)
25 GeV (PS)	6.9
450 GeV (SPS)	29.1
2050 GeV	62 (ISR 2 x 31 GeV)
212 TeV	630($Sp\bar{p}S$, 2 x 315 GeV)

Ce tableau montre que l'énergie de 630 GeV disponible dans le centre de masse du collisionneur $Sp\bar{p}S$ du CERN, nécessiterait un synchrotron à protons à cible fixe de 212 TeV, lequel, pour un champ moyen de 8 T aurait un diamètre de 175 km environ! Les collisionneurs sont donc les seules machines permettant actuellement, en l'absence de nouveaux principes d'accélération, l'étude des phénomènes de très haute énergie.

Si l'avantage est évident, la limite ne l'est pas moins. La cible dans un collisionneur est un des faisceaux et un faisceau est évidemment de plusieurs ordres de grandeur moins dense qu'une cible fixe. Il y aura donc beaucoup moins d'interactions par unité de temps et la durée de l'expérience en sera allongée d'autant. En outre, les produits de la collision sortant dans toutes les directions, le dispositif expérimental doit complètement entourer la zone d'interaction. Le nombre d'expériences est enfin limité par celui des zones d'interaction et le nombre d'expériences simultanément en cours sera faible. Un dernier désavantage est la nature immuable de la cible, limitant l'éventail des possibilités expérimentales.

Notons que, lorsque les particules sont de même énergie et de même nature, l'on exprime parfois l'énergie du collisionneur par son énergie dans le centre de masse (un collisionneur de 100 GeV pour deux faisceaux de 50 GeV entrant en collision, par exemple).

Luminosité

La luminosité L est un paramètre essentiel. Elle est définie par

$$\frac{dN}{dt} = L\sigma \tag{7.2}$$

où $\frac{dN}{dt}$ est le nombre d'interaction par unité de temps et σ est la section efficace, à l'énergie considérée, de l'interaction entre les particules amenées en collision. Elle est généralement exprimée en $cm^{-2}.\ s^{-1}$.

Calculons l'ordre de grandeur de la luminosité dans le cas d'une collision frontale sur une distance l de deux faisceaux de particules de charge q et circulant à la vitesse de la lumière c.

Si $\frac{I_1}{s}$ et $\frac{I_2}{s}$ sont les intensités respectives par cm^2 de faisceau, le nombre de particules du premier faisceau dans la zone d'interaction l est:

$$n_1 = \frac{I_1}{qs} \cdot \frac{l}{c}$$

puisque la longueur l correspond à un temps l/c.

Ce faisceau est traversé par unité de temps par $n_2 = \frac{I_2}{qs}$ particules

Donc, le nombre d'événements par unité de temps pour des faisceaux de sections de 1 cm^2 sera

$$\frac{dn}{dt} = \frac{I_1}{qs} \cdot \frac{l}{c} \cdot \frac{I_2}{qs} \cdot \sigma$$

et pour les faisceaux de section s , on aura

$$\frac{dN}{dt} = \frac{I_1 I_2}{q^2 c} \cdot \frac{l}{s} \cdot \sigma$$

Si $s = w.h$ on aura donc

$$L = \frac{I_1 I_2}{q^2 c} \cdot \frac{l}{wh} \qquad (7.3)$$

ou

$$L \approx 1.3 \times 10^{27} \cdot I_1 I_2 \cdot \frac{l}{wh} \quad [\mathrm{cm}^{-2}.\ \mathrm{s}^{-1}]$$

où I_1, I_2 , l, w, h sont respectivement les intensités [A], longueur, largeur et hauteur [m] d'intersection des deux faisceaux et où on a considéré des particules de charge unitaire.

Utilisant (7.3) on voit que pour I_1=I_2= 1 A; h =w= 1 cm; l= 10 m,

$$L \approx 1.3 \times 10^{30}\ \mathrm{cm}^{-2}\mathrm{s}^{-1}$$

La luminosité d'un collisionneur est généralement comprise entre 10^{30} et 10^{32} $\mathrm{cm}^{-2}\mathrm{s}^{-1}$. Elle dépend de l'énergie et présente souvent un maximum pour une énergie donnée.

On utilise aussi la notion de ***luminosité intégrée*** L_i . Elle est le produit de la luminosité par un temps, en général un jour , voir la durée d'une expérience. La luminosité intégrée s'exprime donc en cm^{-2} ou en nb^{-1} (nanobarn inverse). Rappelons qu'un barn est 10^{-24} cm^2 et correspond à la section d'un gros noyau-cible comme l'uranium. Il est facile de calculer qu'une luminosité de 10^{31} $\mathrm{cm}^{-2}\mathrm{s}^{-1}$ correspond à une luminosité intégrée sur un jour de 900 nb^{-1} environ, ce qui signifie que l'on obtiendra, par jour, 900 événements d'une section efficace de 1 nb. La luminosité intégrée a donc l'avantage d'une signification concrète.

Les formules précédentes montrent qu'on peut augmenter la luminosité dans une zone d'expérimentation en y diminuant les dimensions transversales w et h des faisceaux. Pour cela on modifie localement la maille de la machine, en y insèrant une section comportant des quadrupôles magnétiques de gradient élevé, afin de diminuer les valeurs des fonctions d'amplitude β_x et β_z dont dépendent w et h. Une telle section est dite ***insertion à faible β***.

Accumulation et accélération

Les premiers collisionneurs constituaient une extension d'un synchrotron existant. Puisqu'un seul type de particule était en jeu, ils se composaient de deux anneaux entrelacés avec des champs magnétiques opposés. Les particules étaient injectées et accumulées dans le premier anneau puis en sens inverse dans le second. Les faisceaux entraient en collision aux points de croisement des anneaux. C'est ainsi qu'au PS de 26 GeV du CERN furent ajoutés les ISR (Intersecting Storage Rings), le premier des grands collisionneurs, mis en service en 1971. On injectait et accumulait dans chaque anneau de 500 à 600 giclées de protons à 26 GeV. Les protons étant ensuite accélérés jusqu'à une énergie de 31 GeV. Avec des faisceaux d'une intensité de l'ordre de 50 A on a obtenu en 1983 une luminosité de $1{,}4 \times 10^{32} cm^{-2} s^{-1}$, ce qui reste un record en 2002 pour les collisions de hadrons. Les ISR furent fermés en 1984 pour des raisons budgétaires, mais leur succès fut à l'origine de la construction des grands collisionneurs.

Les collisionneurs actuels sont des accélérateurs en soi. On choisit souvent une particule et son antiparticule ($p\overline{p}$ ou e^+e^-) car cela permet de supprimer un anneau. Les antiparticules sont produites par des particules à une énergie intermédiaire et accumulées dans un anneau de stockage où elles subissent un "refroidissement". Par refroidissement on entend une réduction sensible des dimensions du faisceau. Après une série de manipulations toujours très complexes, des faisceaux de particules et d'antiparticules sont finalement injectés et accumulés dans l'anneau unique du collisionneur. Les deux faisceaux sont ensuite accélérés simultanément en sens inverse (ils sont de charge opposée) dans l'anneau du collisionneur jusqu'à l'énergie prévue. Les collisions se font sous un angle α pratiquement nul et certaine zones de collisions peuvent être à faible β pour augmenter la luminosité.

Lors de l'accumulation des particules, les giclées successives sont, le plus souvent, injectées à des impulsions légèrement différentes donc sur des orbites légèrement décalées. Les giclées successives sont donc représentées par des bandes superposées dans l'espace de phase longitudinale. C'est pourquoi ce type d'accumulation est appelé "accumulation dans l'espace de phase".

Refroidissement des faisceaux

Une grande luminosité exige des faisceaux denses de faible section, donc aussi de faible dispersion d'énergie. Dans les faisceaux d'électrons et de positons, les pertes par rayonnement électromagnétique conduisent automatiquement à une faible section, car elles amortissent les oscillations des particules réelles autour de la particule de référence.

En revanche pour des antiprotons il faut provoquer artificiellement cette réduction. Réduire les amplitudes des oscillations s'appelle "refroidir" un faisceau. Deux techniques de refroidissement sont utilisées.

Le ***refroidissement par électrons*** consiste à faire côtoyer, dans une section d'une certaine longueur, le faisceau à refroidir et un faisceau d'électrons ayant la vitesse de la particule de référence. On utilise un faisceau d'électrons aussi monocinétique que possible et de faible divergence. Les collisions entre les électrons et les particules du faisceau à refroidir provoquent, par l'échange des énergies en jeu, une réduction des oscillations dans le faisceau à refroidir. Ce procédé fut proposé à Novosibirsk par ***Budker*** en 1967. Cette technique de refroidissement convient bien aux très faibles énergies et l'amortissement des amplitudes d'oscillation est rapide. On utilise cette

méthode pour refroidir le faisceau d'antiprotons à 0,3 puis à 0,1 GeV/*c* dans le synchrotron AD du CERN.

Le ***refroidissement stochastique*** a été inventé au CERN en 1968 par ***S. van der Meer***. Considérons une particule ne se trouvant pas sur la trajectoire de référence. Détectons sa position à l'aide d'électrodes. Utilisons le signal amplifié (proportionnel au déplacement de la particule) pour soumettre la particule à un champ électrique correcteur lorsqu'elle passera dans un secteur se trouvant un nombre impair de $\lambda/4$ plus loin. Ceci est le principe du refroidissement bétatronique; on peut aussi refroidir le faisceau longitudinalement (principe semblable).

S'il y a beaucoup de particules, la situation se complique car il y a mélange de signaux (réchauffement). Il y a un compromis à réaliser pour le gain, pour que le refroidissement (proportionnel au gain), soit supérieur au réchauffement (qui varie comme le carré). La méthode fut essayée avec succès dans les ISR sur des faisceaux de protons. Elle convient bien au refroidissement de particules d'énergie élevée (dans le AD, cette technique est utilisée à 3,5 GeV/c et à 2 GeV/c) même si l'amortissement des oscillations est moins rapide qu'avec le refroidissement par électrons. La technologie associée est exigeante car il faut des temps de réponse excessivement rapides entre le signal mesuré et la production du champ électrique servant à la correction.

Chambre à vide

Dans les collisionneurs à traversées multiples, il faut garder les faisceaux à l'énergie finale pendant des heures, voire pendant un jour ou plus. Cela exige des vides très poussés, de l'ordre de 10^{-11} torr, dans des enceintes de grand volume. La mise au point de cette technologie n'a guère été facile. Notons que les progrès industriels dans le domaine de l'ultra-vide sont une des retombées typiques de la technologie des accélérateurs de particules.

Des vides aussi poussés demandent des nettoyages chimiques et par décharge électrique, complétés par des dégazages à quelques 300 degrés. Tout cela impose de grandes contraintes sur la réalisation des enceintes. La panoplie des pompes utilisées est grande, depuis les pompes turbomoléculaires jusqu'aux pompes ioniques à sublimation de titane en passant par les pompes ioniques à pulvérisation pour la gamme de 10^{-6} à 10^{-10} Torr.

Zones expérimentales

Dans les accélérateurs à cibles fixes les particules secondaires apparaissent sous forme d'une gerbe d'autant plus effilée vers l'avant que l'énergie est grande et l'acceptance des détecteurs peut être limitée.

Dans les collisionneurs mettant en jeu des particules identiques et de même énergie, les particules secondaires sont par contre émises uniformément dans toutes les directions. L'appareillage de détection doit donc avoir un angle solide d'acceptance proche de 4π. L'expérience entoure étroitement la zone de collision et fait ainsi partie de la machine.

Cela pose de délicats problèmes. En effet, le champ magnétique du détecteur pour la mesure de l'énergie des particules produites va influencer les faisceaux du collisionneur. Il faudra donc le compenser en aval et en amont de la zone de collision. D'autre part, le bruit de fond, c'est-à-dire les particules indésirables produites par l'interaction des faisceaux circulants avec le gaz résiduel masque les phénomènes étudiés s'il est trop important. Le vide dans les zones expérimentales doit donc être aussi bon que possible. Il est souvent de l'ordre de 10^{-13} torr.

Notons, pour terminer, que le nombre d'expériences simultanées sera limité par le nombre de zones d'intersection disponibles. Il est donc beaucoup moins important que le nombre d'expériences simultanément en cours dans les machines à cibles fixes externes où ces dernières peuvent être nombreuses et alimenter chacune plusieurs faisceaux secondaires. Les collisionneurs ont donc, à un instant donné, une clientèle limitée d'autant plus que la durée des expériences est plus longue que dans les machines à cible fixe, puisque le taux des événements produits y est plus faible.

2. Collisionneurs $p\bar{p}$

Collisionneur de 630 GeV du CERN

De 1981 à 1990, le synchrotron à protons de 450 GeV du CERN a été parfois utilisé comme collisionneur $p\bar{p}$, accélérant en sens inverse des faisceaux de protons et d'antiprotons. L'énergie disponible dans le centre de masse était de 630 GeV (2x315 GeV). C'est l'énergie maximum autorisée par l'alimentation en continu de l'électro-aimant du SPS (en mars 1985, une énergie de 900 GeV a été obtenue d'une façon intermittente en modulant le courant dans les aimants, mais donc au détriment de la luminosité intégrée). Une luminosité de $3x10^{30}cm^{-2}s^{-1}$ à 630 GeV a été obtenue (1990). Ce fonctionnement en collisionneur a conduit à la découverte des bosons W et Z, confirmant ainsi la validité de la théorie électrofaible. Cette découverte et celle du refroidissement stochastique (sans lequel la luminosité indispensable n'aurait pu être obtenue) ont valu à ***C. Rubbia*** et ***S. van der Meer*** le prix Nobel de physique 1984 .

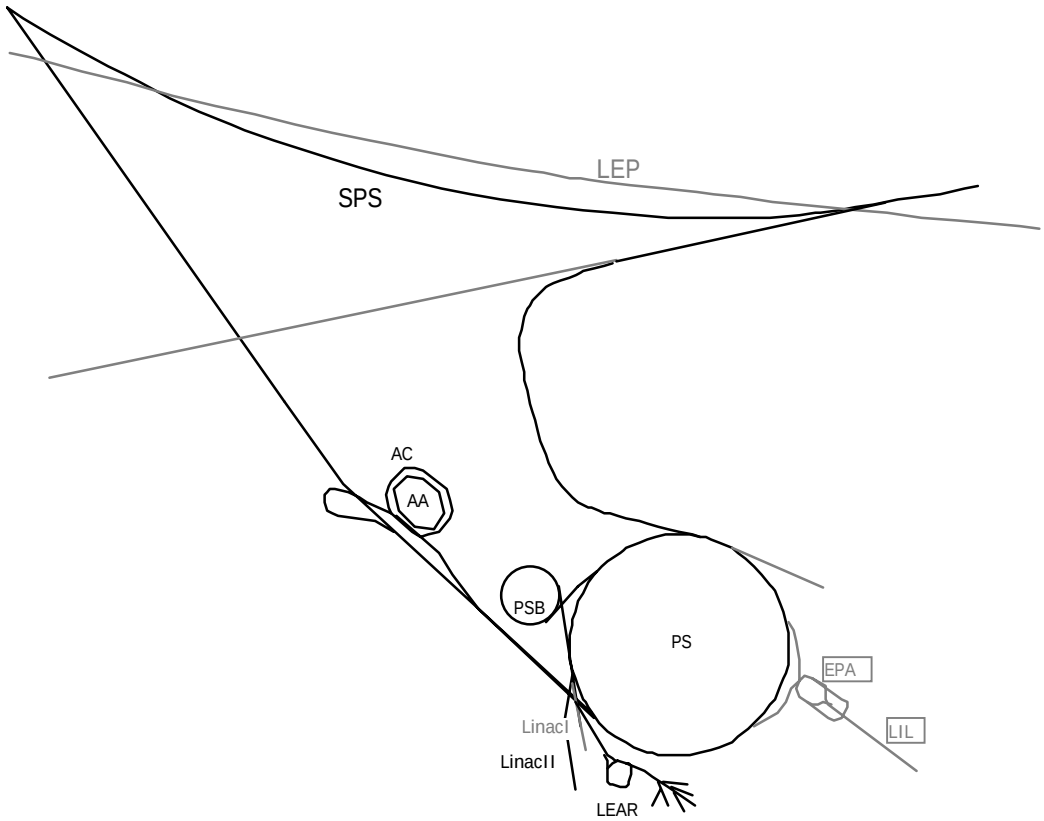


Fig. VII.1: Le complexe d'accélérateurs du CERN à l'époque du collisionneur $p\bar{p}$ de 630 GeV

L'équipement est complexe, mettant en jeu plusieurs accélérateurs et de nombreuses manipulations de faisceaux comme l'indique l'énumération qui suit (voir aussi figure VII.1):

1) une cible est bombardée par des protons de 26 GeV en provenance du PS (environ $1{,}5 \times 10^{13}$ protons toutes les 4,8 secondes); les antiprotons d'une impulsion de 3,5 GeV/*c* sont extraits et envoyés dans l'anneau collecteur AC puis dans l'anneau d'accumulation AA où le faisceau d'antiprotons est refroidi stochastiquement de façon à réduire ses dimensions; on accumule les antiprotons (quelques 10^{10} $\bar{p}$ par heure) pendant une vingtaine d'heures de façon à disposer d'un faisceau de quelques 10^{11} $\bar{p}$ de section convenable;

2) des protons de 26 GeV en provenance du PS sont injectés et accumulés dans le SPS;

3) environ deux tiers du faisceau d'antiprotons est transféré de l'AA dans le PS et accéléré jusqu'à 26 GeV (il y circule dans le sens inverse des protons);

4) le faisceau d'antiprotons est transféré du PS dans le SPS;

5) les faisceaux p et $\bar{p}$ sont simultanément accélérés de 26 GeV à 315 GeV;

6) les deux faisceaux de 315 GeV sont conservés pendant une quinzaine d'heures et alimentent les expériences;

7) les faisceaux sont ensuite détruits et le processus est répété à partir du point 2, l'anneau AA ayant, entre temps, refait le plein d'antiprotons.

Le déroulement des opérations demande donc la survie des deux faisceaux pendant des durées très longues. Il n'est donc pas étonnant qu'un dixième des cycles se termine prématurément par suite d'incidents divers comme une chute de la tension alimentant le laboratoire. Deux longues sections droites du SPS servent de zones expérimentales. Dans une d'entre elles est installé un détecteur avec un aimant de 800 tonnes produisant un champ de 0,7 Tesla dans un volume de 85 m^3 entourant la zone de collision. Ceci montre l'importance - donc le coût - de l'expérimentation associée à un collisionneur.

Tevatron de 2x1TeV du Fermi Lab

En octobre 1985, les premières collisions $p\bar{p}$ à 2x800 GeV ont été obtenues et le Tevatron est désormais le seul collisionneur $p\bar{p}$ existant. Il utilise le synchrotron à protons de 500 GeV du FermiLab à Batavia près de Chicago (USA). L'énergie de ce synchrotron a d'abord été augmentée grâce à un "doubleur d'énergie" constitué par un anneau supplémentaire d'aimants supraconducteurs installés dans le même tunnel que le synchrotron. La production d'antiprotons, leur accumulation dans un anneau intermédiaire, les diverses manipulations nécessaires pour arriver à faire circuler les deux faisceaux p et $\bar{p}$ dans le synchrotron suivi du doubleur d'énergie sont similaires à celles décrites pour le collisionneur du CERN, c'est-à-dire une chorégraphie compliquée.

On a atteint une luminosité de 2.5×10^{31} cm^2/s (1996). L'énergie a graduellement été portée à 2x1 TeV, notamment en remplaçant les aimants supraconducteurs les moins fiables.

3. Collisionneurs circulaires e^+e^-

Introduction

Pour accumuler, accélérer et faire entrer en collision des faisceaux d'électrons et de positons, un seul anneau suffit puisque des particules de charges opposées circulent en sens inverse dans un champ magnétique donné. L'accélération des électrons et positons entraînent cependant, par suite du rayonnement électromagnétique, des pertes d'énergie importantes à chaque tour. Ces pertes doivent être compensées par le système d'accélération.

Nous avons vu que la perte d'énergie par tour, pour un électron ou un positon, vaut

$$\delta U \approx 9 \times 10^{-14} \frac{W^4}{\rho} \qquad (6.2)$$

où ρ est le rayon de courbure dans les aimants, exprimé en mètres, et où les énergies sont exprimées en MeV.

Voici quelques ordres de grandeur:

Machine	W_{ms} (GeV)	ρ (m)	δU (MeV) (pour un faisceau)
PETRA	45	194	120
TRISTAN	60	224	325
LEP	100	3104	180

On remarquera l'utilisation pour le LEP d'un grand rayon de courbure afin de diminuer les pertes. Le champ magnétique est donc relativement faible, inférieur à 0,1 T.

A cause des pertes par rayonnement, le système haute fréquence d'accélération est un équipement coûteux, gros consommateur d'énergie électrique, d'où l'intérêt de l'utilisation de cavités résonnantes supraconductrices. En revanche, dans le cas des électrons/positons la fréquence d'accélération est constante puisque la vitesse des particules est celle de la lumière.

Les pertes par rayonnement, dans un accélérateur circulaire, ont l'avantage d'amortir les oscillations des particules et de réduire ainsi, sans refroidissement artificiel, la section des faisceaux. La hauteur h du faisceau d'électrons peut être de l'ordre du μm (au lieu du mm). Cette réduction de la section du faisceau est évidemment favorable à la luminosité qui peut atteindre 10^{32} cm^{-2} s^{-1} avec des courants de l'ordre de 1A déjà.

Collisionneur PETRA de 2x 23 GeV du Laboratoire DESY

Le collisionneur PETRA (Positon Electron Tandem Ring Accelerator) du Laboratoire DESY à Hambourg (RFA) a succédé en 1978 au collisionneur DORIS II de 11 GeV. Il a atteint une énergie de 47 GeV et une luminosité intégrée de 100 nb^{-1} par jour en 1984 soit

une luminosité de 10^{30} cm^{-2} s^{-1} environ. Il était en 1986 le collisionneur e^+e^- le plus important. Voici quelques-unes des caractéristiques de PETRA:

R = 372 m ρ = 194 m $\delta U \approx$ 120 MeV/tour (par faisceau)

h = 3840 $\nu_x = \nu_z$ = 22,2 β_x = 3 β_z = 0,15

294 aimants de 0,4 tesla

112 cavités à 500 MHz et 24 cavités à 1 GHz

Pompes ioniques à pulvérisation et un vide de 10^{-8} Torr

Huit zones expérimentales

Il est intéressant de noter la faible valeur de β_z réduisant la hauteur du faisceau et augmentant donc la luminosité. Notons que l'utilisation de cavités supraconductrices est en cours. Chaque cavité comporte 5 cellules, le gain est d'environ 2,2 MeV/m et la fréquence de 0,5 GHz.

Le LEP de 200 GeV du CERN

La première phase de ce projet du CERN s'est achevée en 1995. Ce collisionneur produisait des bosons Z en grande quantité permettant ainsi de mieux comprendre la théorie électrofaible. Résumons les performances et les caractéristiques essentielles du LEP dans sa phase initiale.

Performances

W = 2x50 GeV L $\approx$ 3.4 10^{31} cm^{-2}s^{-1} à l'énergie maximum (prévu 1.2 10^{31})

Quelques caractéristiques

R = 4,24 km ρ = 3,1 km

B_m = 0,04 T B = 0,055 T

ν_x = 90 ν_z = 94 α = 1,9 10^{-4}

16 cavités d'accélération f = 352 MHz h = 31320

Quatre zones expérimentales de 10 m de long

De 1996 à 2000, l'énergie a été graduellement portée à 2x104.4 GeV par addition de cavités supraconductrices.

Le remplissage du collisionneur exige l'ensemble habituel d'accumulations, d'accélérations et de manipulations des faisceaux. Résumons-les:

1) le premier linac LIL1 de 200 MeV avec un taux de répétition de 100 Hz dépose un courant d'électrons de 2,5 A sur une cible pour la production des positons ou quelques 10^{-2} A d'électrons;

2) le deuxième linac LIL2 de 500 MeV, de faible intensité, accélère les positons et des électrons et les injecte dans l'anneau EPA;

3) environ 100 giclées d'électrons ou 1000 de positons sont accumulées à 500 MeV dans cet anneau EPA afin d'obtenir une intensité suffisante; le but de cet anneau circulaire est également de réduire les dimensions des faisceaux grâce aux pertes par rayonnement;

4) les faisceaux sont ensuite transférés au PS où ils sont accélérés jusqu'à 3,5 GeV;

5) du PS ils passent au SPS qui les accélère jusqu'à 22 GeV; à noter que cette accélération se fait pendant les temps morts du SPS qui continue donc à accélérer normalement des protons à 450 GeV;

6) les faisceaux sont finalement injectés dans le LEP proprement dit pour être accélérés jusqu'à 50 GeV;

Dans la première phase du LEP, le système d'accélération et de compensation des pertes se compose de 16 cavités résonnantes à une fréquence de 352 MHz, travaillant en mode π et alimentées par des klystrons de 1 MW possédant un haut rendement de conversion de l'énergie électrique (près de 70%). Chaque cavité comporte 5 cellules et possède un Q de 40.000 environ. A chaque cavité est associée une cellule de stockage à Q plus élevé (env. 160.000) et la puissance HF passe des cavités d'accélération aux cellules de stockage à Q élevé entre le passage de deux paquets d'électrons. Cette gymnastique compliquée économise environ 30% de l'énergie que consommeraient autrement les cavités d'accélération. L'énergie fournie aux faisceaux est de l'ordre de 400 MeV par tour et sert donc essentiellement à compenser les pertes par rayonnement (environ 180 MeV par tour et par faisceau).

Dans une phase ultérieure, des cavités supraconductrices ont été ajoutées. Les essais ont porté sur des cavités en niobium à une température de 4,2°K. Dès 1985, un champ de 7,5 MV/m et un facteur de surtension Q de plus de $3x10^9$ avaient été obtenus. En septembre 1986 la première cavité prototype à 4 cellules de 350 MHz a été essayée avec succès. En 2000 on a atteint 2 x 104 GeV avec 288 cavités.

Le rayonnement synchrotronique du LEP chauffe les parois de la chambre à vide entraînant un important dégazage et pour cette raison elle est refroidie. Une couche de 5 mm de plomb entoure également la chambre pour éviter que le rayonnement synchrotronique n'irradie les équipements voisins. Le système de pompage comporte une bande métallique recouverte d'une poudre d'aluminium et de zirconium qui absorbe les gaz et que l'on peut régénérer par chauffage lorsqu'elle est saturée. Le vide est de $3x10^{-9}$ Torr en moyenne, meilleur dans les zones expérimentales.

Autres collisionneurs

Signalons aussi l'existence de quelques autres collisionneurs e^+e^-, comme, par exemple:

PEP de 2x18 GeV mis en service à Stanford (USA) en 1980, converti entre 1994 et 1998 en PEP-II, "Usine à mésons-B", collisionneur asymétrique de $3,1(e^+)+9(e^-)$ GeV. Luminosité record de $2.15x10^{33}$ cm^{-2} s^{-1}

DAΦNE à Frascati (Italie), "Usine à mésons-Φ", 2x0,51GeV, $1x10^{31}$ cm^{-2} s^{-1}

CESR de 2x5,3 GeV à l'Université de Cornell, $8.3x10^{32}$ cm^{-2} s^{-1}

KEK-B, "Usine à mésons-B", collisionneur asymétrique de $3,5(e^+)+8(e^-)$ GeV. Luminosité de $6x10^{32}$ cm^{-2} s^{-1}

4. Collisionneurs linéaires e^+e^-

La faible section d'un faisceau d'électrons, après amortissement des oscillations par rayonnement synchrotronique dans un accélérateur circulaire, permet d'envisager une luminosité suffisante même lorsque deux faisceaux e^- et e^+ ne se traversent qu'une seule fois.

Le SLC (SLAC Linear Collider) du Laboratoire de Stanford en Californie (USA) utilise cette caractéristique. Le schéma de principe est donné à la figure VII.2.

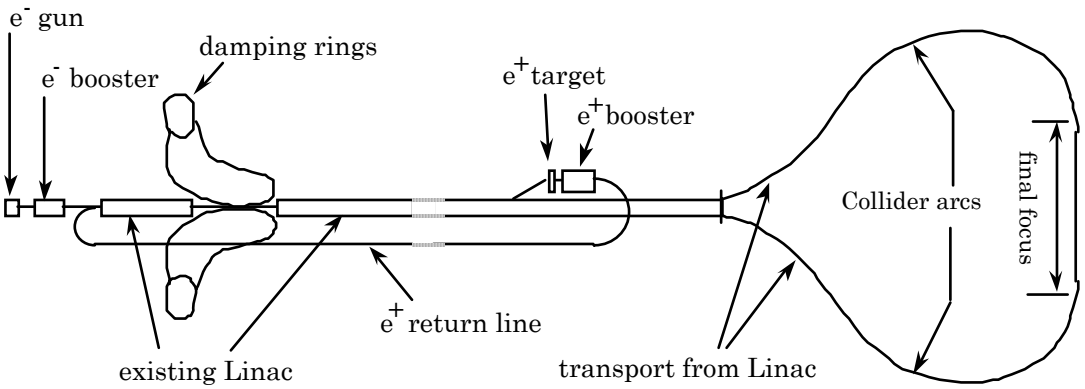


Fig. VII.2: SLAC Linear Collider

Le SLC utilise l'accélérateur linéaire SLAC que nous avons décrit précédemment et dont l'énergie actuelle de 32 GeV, est portée à 50 GeV (projet SLED). Les positons sont produits dans une cible bombardée par un faisceau d'électrons de 33 GeV et réinjectés à 200 MeV dans l'accélérateur linéaire. Deux anneaux servent à stocker les faisceaux d'électrons et de positons à une énergie de 1,2 GeV. Ils amortissent aussi les oscillations grâce au rayonnement synchrotronique et réduisent les diamètres des faisceaux à quelques microns. A la sortie du linéaire, les deux faisceaux accélérés sont séparés par un champ magnétique qui leur fait parcourir à chacun une demi-circonférence pour les amener en collision frontale dans une longue zone d'interaction unique. La luminosité atteinte est de $2x10^{30}$ $cm^{-2}.s^{-1}$ (mai 2000). La physique pour ce collisionneur est notamment l'étude des paramètres de la particule Z.

5. Avenir des collisionneurs

Généralités

Pour obtenir des énergies élevées dans le centre de masse, les collisionneurs semblent être, pour longtemps encore, les accélérateurs de l'avenir. En effet, la plupart des projets en discussion ou en construction concernent des collisionneurs.

Cet intérêt pour les collisionneurs a plusieurs raisons. D'abord, la très haute énergie dans le centre de masse s'est avérée nécessaire pour la connaissance de la matière, et les synchrotrons à cible fixe ont atteint leur limite économique. En deuxième lieu, la technique de refroidissement stochastique est bien au point et permet de réduire efficacement les sections des faisceaux de protons et d'antiprotons, conduisant ainsi à des luminosités élevées. Enfin, les progrès dans le domaine des aimants supraconducteurs et des cavités d'accélération supraconductrices autorisent des performances meilleures.

Pour ce qui est de l'extension vers les plus hautes énergies, LEP – arrêté fin 2000 - aura été le dernier grand collisionneur circulaire e^+e^-. Au-dessus de 100-200 GeV, ces machines perdent de leur intérêt à cause de l'importance du rayonnement synchrotron. Resteront en lice, pour les électrons/positons, les accélérateurs linéaires, mais la longueur de ceux-ci sera un handicap sérieux, à moins que l'on ne parvienne à produire des gains d'énergie par unité de longueur plus importants. Dans le cas des protons, remarquons que l'avantage de l'utilisation simultanée de protons et d'antiprotons sera de plus en plus compensé par la difficulté de produire et de "refroidir" un faisceau d'antiprotons intense. C'est pour cette raison que le projet LHC (collisionneur de 2x7 TeV dans le tunnel du LEP) s'est orienté vers des collisions protons/protons.

Aimants supraconducteurs

Les collisionneurs circulaires $p\overline{p}$ ou pp constituent un domaine d'application idéal pour les aimants supraconducteurs. D'une part, un champ élevé permet de réduire le rayon de la machine. D'autre part, le faible $\dot{B}_m$ d'un aimant supraconducteur n'est pas gênant pour un collisionneur puisque le temps d'accélération est toujours négligeable par rapport au temps d'expérimentation. Rappelons que l'utilisation d'aimants supraconducteurs pour des collisionneurs circulaires e^+e^- ne se pose pas puisque, pour réduire les pertes par rayonnement, on est amené à augmenter le rayon de la machine donc à travailler avec des champs magnétiques de faible valeur.

On peut actuellement envisager de produire d'une façon fiable des aimants supraconducteurs de l'ordre de 5 T à 10 T. On utilise des câbles en niobium-titane composés d'un très grand nombre de fils torsadés. On arrive actuellement à produire des câbles supportant 8000 A/cm^2, composés de milliers de filaments de 10 μm enrobés d'une pellicule de cuivre destinée à conduire le courant en cas de perte de la supraconductivité.

La plupart des grands laboratoires poursuivent la mise au point d'aimants supraconducteurs plus fiables, de moindre coût et de performances meilleures. Au CERN, un prototype a atteint 10.6 T en 1994. Au laboratoire KEK au Japon, on a obtenu 10 T en 1985 avec un alliage niobium-titane-tantale. Le Laboratoire de Berkeley, en Californie, a réalisé en 1996 un prototype de 13,5 T en niobium-étain. Le niobium-étain demande cependant un traitement thermique qui le rend mécaniquement fragile.

On développe aussi le Niobium-Aluminium. Les progrès dans le domaine des aimants supraconducteurs sont également une retombée technologique des techniques d'accélération.

HERA (Hadron-Electron Ring Accelerator)

HERA est un collisionneur ep, les électrons ayant une énergie de 28 GeV et les protons une énergie de 920 GeV. Il a été construit au Laboratoire DESY de Hambourg (RFA) et les première collisions ont été observées en 1992. Il a coûté un peu plus d'un milliard de marks, dont environ 30% pour le génie civil, 25% pour l'anneau d'électrons et 45% pour celui de protons. L'anneau a un diamètre de 2 km et il y a quatre zones d'expérimentation.

Les aimants de l'anneau à protons de HERA sont supraconducteurs (4,5 T). Sont également supraconductrices les cavités pour l'accélération et la compensation des pertes par rayonnement. Elles ont bénéficié de l'expérience acquise avec PETRA (1 GHz, 2,7 MV/m).

Grâce à diverses améliorations, la luminosité de HERA a atteint $7x10^{31}$ cm^{-2} s^{-1}.

RHIC (Relativistic Heavy Ion Collider)

RHIC, démarré en 1999 à Brookhaven, utilise l'AGS comme injecteur. Il permet des collisions de protons (2x250 GeV, $6x10^{30}$ cm^{-2} s^{-1}) et d'ions lourds (jusqu'à l' $^{197}Au^{79}$, à 2x100 GeV/u , $5x10^{26}$ cm^{-2} s^{-1}). Ses aimants sont également supraconducteurs avec un champ de 3,5 T.

Projet SSC (Superconducting Super Collider)

Le projet SSC était un projet américain pour un collisionneur protons/protons de 2x20 TeV, avec une injection à 1 TeV. La machine devait être logée dans un tunnel de 85 km de circonférence, et utiliser des aimants supraconducteurs de 6T. La luminosité prévue en était de 10^{33} cm^{-2} s^{-1}. La construction en cours au Texas a été arrêtée en 1993; le coût en était estimé à 10 milliards de dollars. Depuis, des études ont repris pour un "Very Large Hadron Collider" de 100TeV sur le sol américain.

Projet LHC (Large Hadron Collider)

Il s'agit d'un collisionneur protons/protons de 2x7 TeV utilisant également des aimants supraconducteurs, mais de 8T. Le prix en est estimé à $3x10^9$ FS car on utilise les accélérateurs existants du CERN comme injecteurs, et le tunnel existant du LEP pour loger la machine. Comme pour le SSC, les aimants doivent avoir deux entrefers puisqu'il faut deux anneaux, les particules ayant le même signe.

Une luminosité de $10^{34}cm^{-2}$ s^{-1}est prévue. Si le LEP (démonté en 2001) est réinstallé, des collisions e–p seront également possibles (luminosité 10^{32} cm^{-2} s^{-1}). Des collisions Pb^{82+}-Pb^{82+} sont également prévues (luminosité 10^{27} cm^{-2} s^{-1}.)

La décision de le construire a été prise en 1994 et le premier faisceau est prévu pour 2007.

Projet CLIC (Compact LInear Collider)

Il s'agit d'un collisionneur électrons-positons linéaire de 2x1,5 TeV (2x500GeV dans une première phase). Afin de limiter le coût du génie civil, on est amené à exiger un gradient important (>100 MeV/m). La voie choisie par le CERN consiste à employer un faisceau générateur ("drive beam") de relativement faible énergie, mais de haute intensité, pour créer par pertes dans des structures adaptées une onde à 30 GHz, récupérée pour accélérer le faisceau principal.

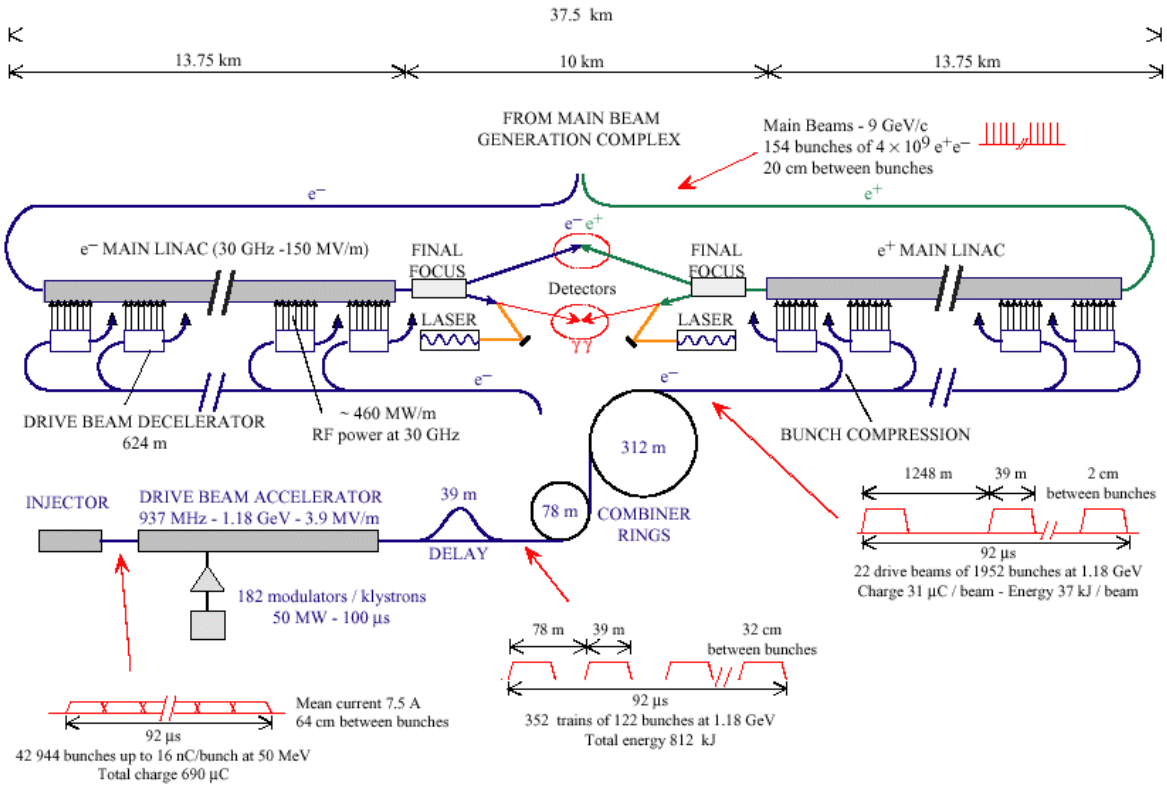


Fig. VII.3: CLIC - Schéma de principe

Une luminosité de 10^{35}cm^{-2} s^{-1}est prévue. A cet effet, au foyer final ("Final Focus", ou FF dans la littérature) les faisceaux en collision devront avoir une taille de 1x43 nm (à 1 écart-type).

La construction de ce projet n'a pas encore été approuvée, mais une étude de faisabilité est en cours. Son installation de tests (CLIC Test Facility, ou CTF) est dans sa 3ème phase en 2005. D'autres projets de "Next Linear Collider" sont à l'étude ailleurs dans le monde, chacun proposant une solution différente pour la génération de l'onde accélératrice:

- TESLA en Allemagne, oriente sa recherche sur les cavités supraconductrices.

- NLC aux USA, et JLC au Japon, se concentrent sur le développement de klystrons générant 75MW de radio-fréquence dans la "bande X" (~12GHz), mais pour l'utilisation de cavités conventionnelles en cuivre.

Bibliographie Sommaire (anglaise et française)

1.	M.S. Livingston	High Energy Accelerators. Interscience Publishers, New York 1954.
2.	R.R. Wilson R. Litauer	Accelerators: Machines of Nuclear Physics Anchor Books, New York 1960.
3.	J.J. Livingood	Principles of Cyclic Particle Accelerators. Van Nostrand, Princeton 1961.
4.	M.S. Livingston J.P. Blewett	Particle Accelerators McGraw Hill, New York 1962.
5.	R. Kollath W. Summer	Particle Accelerators. Pittmann and Sons, London.
6.	P. Lapostolle	Les Accélérateurs de Particules. Fayard, Paris 1964.
7.	M.S. Livingston	The development of High Energy Accelerators. Dover Publications, New York 1966.
8.	H. Bruck	Accélérateurs circulaires de particules. Presses Universitaires de France, Paris 1966.
9.	A.A. Kolomensky A. N. Lebedev	Theory of Cyclic Accelerators. North Holland, Amsterdam 1966.
10.	D. Boussard	Les accélérateurs de particules. Que sais-je? (No. 1316), Paris 1984.
11.	A.D. Vlasov	Theory of Linear Accelerators. Atomizdat, Moskva 1965 (traduit en 1968).
12.	J. Rosenblatt	Particle acceleration. Methuen & Co. Ltd., London 1968.
13.	E. Perisco E. Ferrari S.E. Segre	Principles of Particle Accelerators W.A. Benjamin, New York 1968.
14.	M.S. Livingston	Particle Acceleration: A Brief History Harvard University press, Massachusetts 1969.
15.	P. Lapostolle A. Septier (Editeurs)	Linear Accelerators North Holland, Amsterdam 1970.
16.	E.D. Courant H.S. Snyder	Theory of the Alternating-Gradient Synchrotron Annals of Physics, vol. 3, p. 1-48, 1958.
17.	A. Wu Chao M. Tigner	Handbook of Accelerator Physics and Engineering World Scientific Publishing, Singapore 1999.

18. D.A. Edwards, M.J. Syphers — An Introduction to the Physics of High energy Accelerators
J.Wiley and sons, New York, 1993

19. E. Wilson — An Introduction to Particle Accelerators
Oxford University Press, Oxford, 2001

20. M.G. Minty, F. Zimmermann — Measurement and Control of Charged Particle Beams,
Springer Verlag, Berlin, 2003

Egalement:

- une revue spécialisée (bimestriel)

  "Particle Accelerators"
  Gordon and Breach Science Publishers

- un bulletin mensuel d'information sur les accélérateurs et la physique de haute énergie:

  "Courrier CERN"
  Public Information Office, CERN, Genève

- un catalogue donnant les caractéristiques des accélérateurs d'énergie supérieure à 1 GeV (mis à jour tous les 2 à trois ans à l'occasion de l' "International Conference on High Energy Accelerators"):

  "Catalogue of High Energy Accelerators"

- un formulaire "A selection of formulae and data useful for the design of A.G. synchrotrons". C. Bovet, R. Gouiran, I. Gumovski, K.H. Reich, CERN/MPS-SI/Int. DL 70-4, 23 April 1970.