

Prova Scritta Finale di Elettrocità e Magnetismo

4 settembre 2003

Risolvere i seguenti problemi.

1. Due conduttori cilindrici coassiali hanno spessore trascurabile e raggi $a = 15$ mm e $b = 24$ mm, rispettivamente. Il sistema ha capacità $C = 65$ pF. I due conduttori sono inizialmente mantenuti ad una differenza di potenziale $V = 2250$ V.

(a) Calcolare la carica Q_0 presente sull'armatura positiva, il campo elettrico \mathbf{E} in tutto lo spazio e l'energia elettrostatica U_0 del sistema. Si trascurino gli effetti di bordo.

All'istante $t = 0$, i due conduttori vengono scollegati dal generatore di tensione e connessi tramite una resistenza $R = 12$ M Ω .

(b) Determinare l'andamento $Q(t)$ della carica sull'armatura positiva in funzione del tempo. Dopo quanto tempo la carica si sarà ridotta all'1% del suo valore iniziale?

(c) Calcolare l'aumento di energia interna W del resistore per effetto Joule tra l'istante $t = 0$ e la scarica completa del condensatore. Confrontarlo con l'energia elettrostatica iniziale U_0 e commentare.

2. Un fascio di particelle cariche identiche ha la forma di un cilindro di raggio R e lunghezza indefinita. Ciascuna particella ha carica q . Esse si muovono tutte con uguale velocità \mathbf{v} parallelamente all'asse del cilindro. All'interno del fascio, la densità n di particelle è uniforme e costante.

(a) Determinare il campo elettrico \mathbf{E} e il campo magnetico \mathbf{B} in tutto lo spazio, sfruttando tramite le leggi di Gauss e di Ampère la simmetria cilindrica del sistema.

(b) Calcolare direzione e modulo della forza elettromagnetica agente su ciascuna particella.

(c) Trovare un'espressione per la densità di energia elettromagnetica in tutto lo spazio.

Per i punti (b) e (c), esprimere i risultati finali utilizzando la relazione $\mu_0 = 1/(\epsilon_0 c^2)$ e la definizione del fattore di Lorentz $\gamma: 1/\gamma^2 \equiv 1 - v^2/c^2$.