

Prova Finale di Fisica Generale II

14 gennaio 2005

1. Cinque particelle puntiformi identiche di carica  $q = +135$  pC sono allineate sull'asse  $x$  nei punti  $P_1 = (-2a, 0, 0)$ ,  $P_2 = (-a, 0, 0)$ ,  $P_3 = (0, 0, 0)$ ,  $P_4 = (a, 0, 0)$  e  $P_5 = (2a, 0, 0)$ , con  $a = 1.35$  mm.

(a) Calcolare il potenziale elettrostatico  $V(Q)$  nel punto  $Q = (0, a, 0)$ .

(b) Calcolare il flusso  $\phi_E$  del campo elettrico attraverso la superficie sferica di raggio  $R = 2.45$  mm centrata sull'origine degli assi.

Considerare ora il caso in cui lo spazio sia occupato soltanto da un filo sottile che si estende lungo  $x$  da  $x_A = -(5/2)a$  a  $x_B = (5/2)a$ , sul quale sia depositata una carica uniforme di densità lineare  $\lambda = 100$  pC/mm.

(c) Calcolare il potenziale in  $Q$  dovuto al filo e confrontarlo con quello del punto (a). Può essere utile ricordare l'integrale indefinito  $\int (x^2 + a^2)^{-1/2} dx = \ln(x + \sqrt{x^2 + a^2})$ .

2. Una delle equazioni di Maxwell afferma che il campo magnetico  $\mathbf{B}$  è solenoidale, ossia che la sua divergenza è nulla:  $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ .

(a) Che proprietà devono avere, quindi, le linee di forza di  $\mathbf{B}$ ?

Si supponga che esista un potenziale vettore  $\mathbf{A}$ , tale cioè che  $\mathbf{B}$  possa essere ricavato dalla relazione  $\mathbf{B} = \nabla \wedge \mathbf{A}$ .

(b) Verificare esplicitamente in coordinate cartesiane che tale relazione implica che  $\mathbf{B}$  sia solenoidale.

Considerare ora il caso in cui, in una regione di spazio,  $\mathbf{B}$  sia uniforme e costante e scegliere l'asse  $z$  lungo la direzione del campo magnetico:  $\mathbf{B} = (0, 0, B) = B\hat{z}$ .

(c) Verificare in coordinate cartesiane che  $\mathbf{A} = (\mathbf{B} \wedge \mathbf{r})/2$ , dove  $\mathbf{r}$  è il vettore posizione, soddisfa la relazione  $\mathbf{B} = \nabla \wedge \mathbf{A}$ .

(d) Fare un disegno qualitativamente accurato delle linee di forza di  $\mathbf{B}$  ed  $\mathbf{A}$  in quest'ultimo caso.