Università di Ferrara — Corso di Laurea in Fisica

Prova Scritta di Fisica Generale II

5 febbraio 2002

SOLUZIONI

Problema 1 *Una batteria di forza elettromotrice V e resistenza interna r viene collegata con una lampadina di resistenza R. Si discuta come varia la potenza P assorbita dalla lampadina in funzione di R e se ne faccia il grafico.*

In questo circuito, la resistenza della lampadina è in serie alla resistenza interna della batteria, per cui la corrente è $i = V/(r + R)$. La potenza assorbita dalla lampadina e dissipata per effetto Joule è dunque

$$P = R \cdot i^2 = R \cdot \left(\frac{V}{r+R}\right)^2.$$

Introducendo la variabile adimensionale $x \equiv R/r$ e la potenza $P_0 \equiv V^2/r$, possiamo riscrivere P nel modo seguente:

$$P = P_0 \cdot \frac{x}{(1+x)^2}.$$

La derivata prima della funzione $f(x) \equiv x/(1+x)^2$ è

$$f'(x) = \frac{1-x^2}{(1+x)^4},$$

da cui deduciamo che essa ha un massimo per $x_M = 1$. (Il semiasse $x < 0$ non ha interesse fisico.) Nel punto di massimo la funzione vale $f(x_M) = 1/4$. Dalla derivata seconda,

$$f''(x) = \frac{2 \cdot (x^2 - x - 2)}{(1+x)^5},$$

ricaviamo che la funzione è concava fino al punto di flesso $x_F = 2$, dove vale $f(x_F) = 2/9$, dopodiché è convessa. Il grafico di $f(x)$ è riportato in Fig. 1.

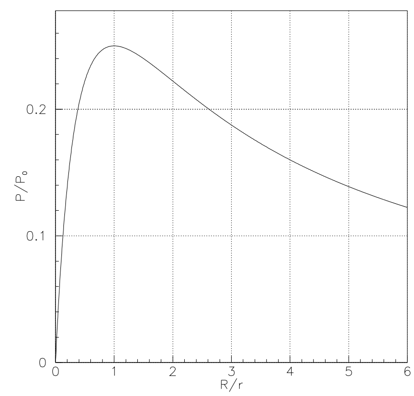

Figura 1: La funzione $f(x)$ del Problema 1.

Problema 2 *Una spira conduttrice quadrata di lato $a = 40$ mm e resistenza incognita r_s è sospesa in un piano verticale (Fig. 2). Il lato superiore, orizzontale, è interrotto per un breve tratto; ai due estremi del filo sono saldati due morsetti. La metà inferiore della spira è immersa in un campo magnetico di intensità $B = 0.30$ T ortogonale al piano della spira stessa; nella restante parte il campo magnetico è praticamente nullo. In una prima disposizione, i morsetti sono collegati ai poli di una batteria di forza elettromotrice $V = 2.2$ V e resistenza interna $R = 60$ mΩ; in questo caso, la spira è sollecitata verticalmente (oltre che dal suo peso) da una forza di intensità $F = 0.12$ N. In una seconda disposizione, i morsetti sono collegati stabilmente attraverso un conduttore di resistenza $r = 0.84\ \Omega$. (a) Determinare l'intensità i della corrente elettrica nella prima disposizione. (b) Determinare la carica*

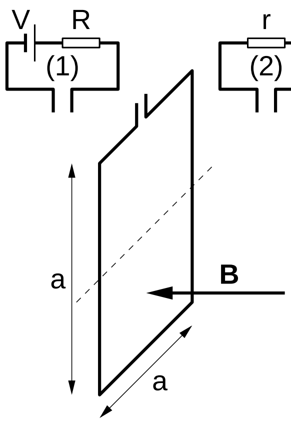

Figura 2: La spira del Problema 2.

elettrica totale che attraversa la spira quando, nella seconda disposizione, il campo magnetico viene improvvisamente abolito.

La parte della spira immersa nel campo magnetico risente di una forza la cui componente verticale è $F = i \cdot a \cdot B$, da cui possiamo ricavare la corrente che la percorre:

$$\begin{aligned} i &= \frac{F}{a \cdot B} \\ &= \frac{(0.12\ \mathrm{N})}{(40\ \mathrm{mm}) \cdot (0.30\ \mathrm{T})} \\ &= 10\ \mathrm{A}. \end{aligned}$$

Dall'equazione del circuito $V = (R+r_s) \cdot i$ possiamo anche ricavare la resistenza della spira:

$$\begin{aligned} r_s &= \frac{V}{i} - R \\ &= \frac{2.2\ \mathrm{V}}{10\ \mathrm{A}} - 60\ \mathrm{m\Omega} \\ &= 0.16\ \Omega \end{aligned}$$

Nella seconda disposizione, la scomparsa del campo magnetico induce nella spira una forza elettromotrice $\mathcal{E}_B$. Ad ogni istante, il suo valore assoluto è legato alla variazione di flusso Φ_B del campo magnetico tramite la relazione

$$|\mathcal{E}_B(t)| = \left| \frac{d\Phi_B(t)}{dt} \right| . \tag{1}$$

La variazione del flusso in funzione del tempo non è nota. La carica totale Q che attraversa la spira tra l'istante $t = 0$ in cui il campo vale B e $t = \infty$, quando il campo è nullo, può essere comunque calcolata. Infatti, integrando il primo membro dell'Eq. 1, otteniamo

$$\begin{aligned} \int_0^\infty |\mathcal{E}_B(t)|\, dt &= (r + r_s) \cdot \int_0^\infty |i|\, dt \\ &= (r + r_s) \cdot |Q| . \end{aligned}$$

D'altro canto, integrando il secondo membro dell'Eq. 1, abbiamo

$$\int_0^\infty \left| \frac{d\Phi_B(t)}{dt} \right| dt = |\Phi_B(0)| ,$$

poiché $\Phi_B(\infty)$ è nullo. Mettendo insieme queste due relazioni ricaviamo

$$\begin{aligned} |Q| &= \frac{|\Phi_B(0)|}{r + r_s} \\ &= \frac{B \cdot a^2}{2 \cdot (r + r_s)} \\ &= \frac{(0.30\ \mathrm{T}) \cdot (40\ \mathrm{mm})^2}{2 \cdot (1.0\ \Omega)} \\ &= 2.4 \times 10^{-4}\ \mathrm{C}. \end{aligned}$$

Problema 3 *Due specchi piani ST e TU sono disposti in modo da formare tra loro un angolo $0 < \alpha < \pi$ (Fig. 3). Un raggio di luce i incide su ST nel punto P con angolo di incidenza θ. A sua volta, il raggio riflesso r incide su TU in Q. Chiamando r' il secondo raggio riflesso, originato in Q, trovare l'angolo ϕ compreso tra i e r', ossia la deviazione totale subita dalla luce per effetto dei due specchi. Mostrare che ϕ è indipendente da θ e commentare il risultato nei due casi particolari $\alpha = 90°$ e $\alpha = 135°$.*

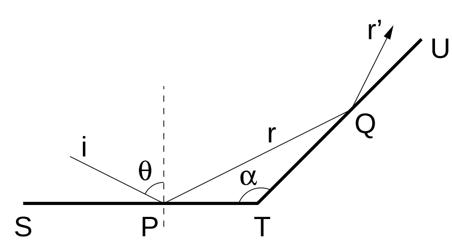

Figura 3: Problema 3.

Tracciamo le perpendicolari agli specchi passanti per P e Q, chiamando O la loro intersezione (Fig. 4). Disegnamo anche il prolungamento PR del raggio incidente ed il segmento TV, prolungamento dello specchio ST.

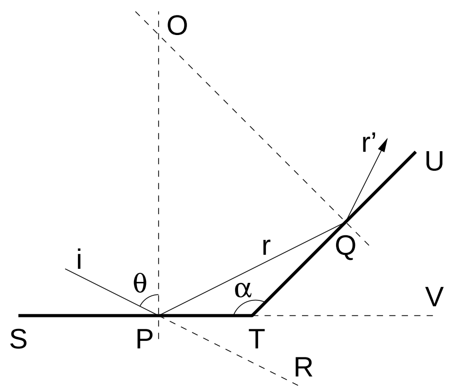

Figura 4: Soluzione del Problema 3.

Dalla legge della riflessione sappiamo che $\widehat{QPR} = \pi/2 - \theta$. Considerando il triangolo PQT ricaviamo l'angolo $\widehat{PQT} = \pi - \alpha - (\pi/2 - \theta) = \pi/2 - \alpha - \theta$ e, per la legge della riflessione, l'angolo $\widehat{UQr'} = \widehat{PQT} = \pi/2 - \alpha + \theta$.

La deflessione complessiva del raggio luminoso è dunque

$$\begin{aligned} \phi &= \widehat{RPT} + \widehat{VTQ} + \widehat{UQr'} \\ &= \left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) + (\pi - \alpha) + \left(\frac{\pi}{2} - \alpha + \theta\right) \\ &= 2 \cdot (\pi - \alpha), \end{aligned}$$

indipendentemente da θ. Se $\alpha = 90°$, allora $\phi = 180°$: il raggio torna indietro nella stessa direzione dalla quale era venuto. Se invece $\alpha = 135°$, allora $\phi = 90°$: la direzione di uscita è ortogonale alla direzione di provenienza.